UNIVERSIDADE SANTA CECÍLIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

MANOEL JOSÉ FERREIRA COSTA

APLICAÇÃO DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES VISANDO DETERMINAR O PONTO DE OPERAÇÃO DE SISTEMAS DE BOMBEAMENTO PARA DOIS TANQUES EM NÍVEIS DIFERENTES

SANTOS/SP
2013

UNIVERSIDADE SANTA CECÍLIA

APLICAÇÃO DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES VISANDO DETERMINAR O PONTO DE OPERAÇÃO DE SISTEMAS DE BOMBEAMENTO PARA DOIS TANQUES EM NÍVEIS DIFERENTES

MANOEL JOSÉ FERREIRA COSTA

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de mestre em Engenharia mecânica, defendida e aprovada em 29/06/2013 pela Banca Examinadora.

Banca Examinadora:

_____

_____

_____

☐ **O orientador declara que a Dissertação tem a aprovação** para digitalização (02 cópias em CD), a fim de serem entregues na Secretaria para início do processo de pedido de diploma, com o prazo máximo de **30 dias** a contar da defesa.

☐ **O orientador declara que a Dissertação tem a aprovação condicionada às reformulações solicitadas pela Banca Examinadora** no prazo máximo de **90 dias** a contar da defesa, tendo o aluno, obrigatoriamente, que apresentar a dissertação com as reformulações aprovadas até ___/___/___. O aluno, tem, a partir desta data-limite, o prazo máximo de **30 dias** para a entrega de 02 cópias em CD da dissertação, a serem entregues na Secretaria para início do processo de pedido de diploma.

_____ Data: ___/___/____

Assinatura do Orientador

MANOEL JOSÉ FERREIRA COSTA

APLICAÇÃO DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES VISANDO DETERMINAR O PONTO DE OPERAÇÃO DE SISTEMAS DE BOMBEAMENTO PARA DOIS TANQUES EM NÍVEIS DIFERENTES

Dissertação apresentada à Universidade Santa Cecília como parte dos requisitos para obtenção de título de mestre no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, sob orientação de: Profª. Dra. Karina Tamião de Campos Roseno e co-orientação de Prof. Dr. Deovaldo de Moraes Júnior e Prof. Ms. Antonio Santoro.

SANTOS/SP

2013

Autorizo a reprodução parcial ou total deste trabalho, por qualquer que seja o processo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos.

Costa, Manoel José Ferreira
Aplicação de equações não lineares visando determinar o ponto de operação de sistemas de bombeamento para dois tanques em níveis diferentes
/ Manoel José Ferreira Costa. -- 2013.
70 f.
Orientador: Karina Tamião de Campos Roseno.
Coorientador: Deovaldo de Moraes Júnior e
Antonio Santoro.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Santa Cecília, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Santos, SP, 2013.

1. Bomba centrífuga. 2. Sistemas ramificados. 3. Método algébrico. 4. Curva da bomba. 5. Perda de carga. I. Roseno,Karina Tamião de Campos, orient. II. Moraes Júnior, Deovaldo de; Santoro, Antonio, coorient. III. Título.

Elaborada pelo SIBi – Sistema Integrado de Bibliotecas - Unisanta

Dedico este trabalho aos meus pais, minha esposa e meus filhos.

AGRADECIMENTOS

À Profª.Drª. Karina Tamião de Campos Roseno e ao Prof. Dr. Deovaldo de Moraes Júnior pela paciência, disponibilidade e profissionalismo.

Aos Professores Ms Antonio Santoro e Dr. Aldo Ramos Santos pelo suporte técnico, motivação e confiança.

Ao Prof. Dr. Thiago César de Souza Pinto pela sua contribuição em diversos assuntos do presente trabalho.

Aos técnicos e estagiários do Laboratório de Operações Unitárias pela ajuda na coleta de dados.

À SABESP – Cia. De Saneamento do Estado de São Paulo pela ajuda financeira.

À Universidade Santa Cecília por proporcionar a realização dos experimentos.

Finalmente, agradeço à minha família, particularmente à minha esposa, Maria José de Araújo Costa, pela paciência, compreensão e apoio durante a preparação deste trabalho.

RESUMO

O estudo algébrico de bombeamento alimentando apenas um ponto é vasto, porém, são raros os trabalhos sobre a alimentação simultânea de dois ou mais tanques em cotas diferentes. Em vista disso, o presente trabalho teve como objetivo desenvolver um método algébrico de simples resolução para o cálculo do ponto de operação de uma bomba centrífuga que alimenta dois tanques em níveis diferentes. O método algébrico desenvolvido foi comparado com o método gráfico tradicional e o método computacional EPANET, além de ser comprovado experimentalmente em uma unidade de bancada. A unidade experimental consistiu de um tanque de alimentação em acrílico de 162,5 litros, uma bomba centrífuga acoplada a um motor com potência nominal de 2 CV, um inversor de frequência para controlar a rotação do motor, tubulação de PVC transparente na descarga da bomba com diâmetro nominal de 25 mm, um rotâmetro, um manômetro, e dois tanques de 72 litros, em acrílico, instalados em cotas diferentes na descarga da bomba. Este trabalho permitiu comparar os valores teóricos e experimentais com desvio de 9% e 2,5% para a vazão e altura manométrica, respectivamente, sendo proposto um algoritmo algébrico para determinar o ponto de operação de uma bomba em rede ramificada. A aplicação deste algoritmo algébrico apresenta como vantagem, em relação ao processo gráfico, solução com menor acúmulo de erros, e uma redução na demanda de tempo de execução para determinação das condições de operação do sistema de bombeamento.

Palavras chave: bomba centrífuga. sistemas ramificados. método algébrico. curva da bomba. perda de carga.

ABSTRACT

The algebraic study of pumping feeding only a point is vast, however, are rare on the simultaneous feeding of two or more tanks in different levels. In view of this, the present study aimed to develop a simple algebraic method for the calculation of the operating point of a centrifugal pump that feeds two tanks at different levels. The algebraic method developed was compared with the traditional graphic method and the computational method EPANET, in addition to being demonstrated experimentally in a pilot unit. The experimental unit consisted of a tank of 162.5 litres, in acrylic, a centrifugal pump coupled to a motor with nominal power of 2 CV, a frequency inverter to control the engine rpm, transparent PVC pipe on the pump discharge with nominal diameter of 25 mm, a flowmeter, a pressure gauge, and two tanks of 72 litres, in acrylic, installed in different heights in pump discharge. This work allowed to compare the experimental and theoretical values with deviation of 9% and 2,5% for the flow rate and head height, respectively, and proposed an algebraic algorithm to determine the operating point of a pump in branched network. The application of algebraic algorithm has the advantage, in relation to the graphic solution process, less accumulation of errors and a reduction in demand for run-time determination of the conditions of operation of the pumping system.

Keywords: centrifugal pump. branched systems. algebraic method. pump curve. head losses.

LISTA DE FIGURAS

Figura Título Página

Figura 1 - Bomba centrífuga 15
Figura 2 - Bomba centrífuga 16
Figura 3 - Rede malhada 17
Figura 4 - Rede ramificada 17
Figura 5 - Ação rotor 25
Figura 6 - Curva teórica da bomba 26
Figura 7 - Curva caraterística real da bomba 27
Figura 8 - Vazão de projeto 28
Figura 9 - Carga líquida de uma bomba 30
Figura 10 - Sistema típico de bombeamento 33
Figura 11 - Curva do sistema de bombeamento 34
Figura 12 - Ponto de operação 35
Figura 13 - Curvas de perdas de carga em sistemas com descarga para duas cotas diferentes 36
Figura 14 - Construção da curva do sistema-curva A+B 39
Figura 15 - Determinação do ponto operação da bomba pelo método gráfico 40
Figura 16 - Esboço da unidade experimental 42
Figura 17 - Sistema de bombeamento em redes ramificadas em funcionamento 44
Figura 18 - Esboço da bancada experimental com a nomenclatura para os cálculos. 45
Figura 19 - Esquema de medição com manômetro 46
Figura 20 - Curvas de perdas de carga 52
Figura 21 – Resultado do sistema EPANET 53

LISTA DE TABELAS

Tabela Título Página

Tabela 1 - Rugosidade equivalente ε 22
Tabela 2 - Fator de perda de carga localizada 24
Tabela 3 - Equações das curvas 47
Tabela 4 - Dados coletados na unidade experimental.....49
Tabela 5 - Equações das curvas da unidade experimental 49
Tabela 6 - Dados experimentais para a construção da equação da curva da bomba 50
Tabela 7 - Dados experimentais para a determinação do ponto de operação da bomba 50
Tabela 8 - Valores correspondentes de vazão em função da carga.....51
Tabela 9 - Valores H(A+B) em função de Q(A+B).....51
Tabela 10 - Vazão e altura manométrica da curva A+B 54
Tabela 11 - Comparação dos resultados.....55

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 13
1.1. Generalidades 13
1.2. Objetivo 14
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 15
2.1. Bombas centrífugas 15
2.2. Sistemas de bombeamento 16
2.3. Hidrodinâmica 18
2.3.1. Altura de coluna líquida (carga de pressão) 18
2.3.2. Equação da continuidade para regime permanente (Princípio da conservação da massa) 18
2.3.3. Equação da conservação da energia em regime permanente 19
2.3.3.1. Fluido ideal 19
2.3.3.2. Fluido real 19
2.3.4. Perda de carga 20
2.3.4.1. Perda de carga nas tubulações ou perda de carga distribuída 20
2.3.4.2. Perda de carga nos acessórios (singularidades) ou perda de carga localizada 23
2.4. Considerações técnicas sobre bombas centrífugas 23
2.4.1. Equação de Euler 23
2.4.2. Curva característica teórica da bomba 26
2.4.3. Curva característica real da bomba 27
2.4.4. Curva experimental da bomba 29
2.4.5. Características adimensionais 31
2.4.6. Velocidade específica 31
2.4.7. Altura manométrica total (AMT) e curva do sistema 32

2.4.8. Ponto de operação 34
2.4.9. Métodos de determinação do ponto de operação 35
2.4.9.1. Método gráfico tradicional 36
2.4.9.2. Método computacional EPANET 40
2.5. Discussão da revisão bibliográfica 41
3. MATERIAIS E MÉTODOS 42
3.1. Equipamentos e acessórios 42
3.2. Procedimento experimental 46
3.2.1. Curva experimental da bomba 46
3.2.2. Ponto de operação do sistema ramificado 46
3.3. Método algébrico 47
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES 49
4.1. Dados da unidade experimental 49
4.2. Equações das curvas manométricas A, B e D. 49
4.3. Dados experimentais da bomba, equação da curva da bomba e equação da curva da bomba corrigida. 49
4.4. Ponto de operação experimental 50
4.5. Desenvolvimento gráfico 51
4.6. Desenvolvimento computacional EPANET 53
4.7. Desenvolvimento algébrico 54
4.8. Comparação de resultados 55
5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES 57
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 58
APÊNDICE A - Método dos mínimos quadrados. 60
APÊNDICE B - Cálculos das resistências nos ramais da unidade experimental 61

APÊNDICE C - Determinação da equação da bomba da bancada experimental através de planilha eletrônica (EXECEL). 64

APÊNDICE D - Dados de entrada do programa EPANET. 65

1. INTRODUÇÃO

1.1. Generalidades

Devido a corrente crise global, poupar energia vem sendo o principal anseio de qualquer atividade econômica (FARIVAR, GREENWOOD e SOLTANI, 2009). De acordo com o Departamento de Energia dos Estados Unidos, 20% do consumo de energia mundial utilizada pelos motores elétricos é oriundo dos sistemas de bombeamento (U.S. DEPARTMENT OF ENERGY, 2004). Dentre os diversos sistemas de bombeamento, um dos mais utilizados é o bombeamento em redes ramificadas que tem diversas aplicações, como no abastecimento público de água, na irrigação agrícola, nos sistemas de incêndio, no escoamento de petróleo e nas indústrias em geral (PORTO, 2006). Na Companhia de Saneamento do Estado de São Paulo (SABESP) o custo da energia elétrica representa o terceiro item mais importante do orçamento, ocorrendo 90% dessa despesa nos motores elétricos utilizados nas estações elevatórias de água e esgoto (TSUTIYA, 1997). Pelo menos 20% do consumo de energia elétrica no setor de saneamento podem ser economizados através de medidas para aumentar a eficiência energética nessas empresas (PLANO NACIONAL DE EFICIÊNCIA ENERGÉTICA, 2011). O tipo dominante de bombas usadas é a bomba centrífuga (PUMPS&PUMPING SYSTEMS, UNEP, 2006), que pode facilmente tornar-se uma fonte de ineficiência, a menos que seja apropriadamente projetada, instalada e operada (ZHANG, XIA e ZHANG, 2011).

Toda bomba é projetada e construída para trabalhar em sua máxima eficiência num ponto conhecido como BEP (*Best Efficient Point*) (TABER, 2011). Portanto, a determinação do ponto de funcionamento de uma bomba e a confirmação se este encontra-se próximo ao BEP é de grande importância para a melhoria da eficiência do sistema (CRUZ, 2009). O ponto de funcionamento de uma bomba centrífuga relativo a um sistema pode ser determinado a partir da intersecção da curva da bomba (H_b) com a curva do sistema (H_S), as quais são plotadas em um gráfico de altura manométrica (H) em função da vazão (Q). Outra forma de obter o ponto de operação da bomba instalada no sistema é expressar matematicamente as curvas da bomba e do sistema e resolver simultaneamente essas equações (TALWAR, 1988).

No caso de circuitos hidráulicos complexos (ramificações e diferentes desníveis) a solução gráfica demanda tempo, requerendo traçar várias curvas pelas quais os erros se somam o que torna a solução matemática mais prática e com menor acúmulo de erros. Portanto, para se analisar os circuitos hidráulicos com bombas centrífugas, necessita-se de equações que descrevam a curva característica da bomba e a curva de perda de carga do sistema onde a mesma encontra-se instalada (ANDRADE e CARVALHO, 2001). Dentro deste contexto, surge então, o objetivo do presente trabalho, o qual é descrito no subitem 1.2 a seguir.

1.2. Objetivo

O presente trabalho teve como objetivo desenvolver um método algébrico simples para o cálculo do ponto de operação de uma bomba centrífuga alimentando dois tanques em cotas diferentes. A solução da equação desenvolvida foi comparada com as soluções obtidas através do método gráfico tradicional e com o método computacional EPANET, além de ser comprovada por experimentos em uma unidade de bancada. Como consequência, obtêm-se as vazões que alimentam os tanques em diferentes níveis geométricos instalados no recalque.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica sobre hidráulica e seus fundamentos com intuito de esclarecer questões conceituais e sistematizar ideias para o embasamento do desenvolvimento do método algébrico da presente pesquisa.

2.1. Bombas centrífugas

As bombas são máquinas hidráulicas que recebem energia de uma máquina motora qualquer e cedem parte desta energia a um fluido sob a forma de energia cinética e de energia de pressão. Podem ser classificadas de muitas maneiras, mas a mais utilizada é segundo a forma com que a energia é cedida ao fluido (KARASSIK *et al*., 2011). Por este sistema, as bombas podem ser divididas em duas categorias:

A) Deslocamento positivo, em que a energia é periodicamente adicionada ao fluido, como nas bombas de pistão e engrenagens.

B) Dinâmicas, em que a energia é continuamente adicionada ao fluido, como nas bombas centrífugas e axiais.

Entre as bombas destacam-se as centrífugas (Figura 1) que são as mais utilizadas e nas quais a energia fornecida ao líquido é primordialmente do tipo cinética, sendo posteriormente convertida em energia de pressão.

Figura 1 - Bomba centrífuga
Fonte: Bombas SULZER

Uma bomba centrífuga (Figura 2) consiste basicamente de dois elementos principais:

A) Elemento rotativo consistindo de rotor, dotado de pás, e eixo.
B) Elemento estacionário constituído por carcaça (voluta em caracol), vedações e mancais.

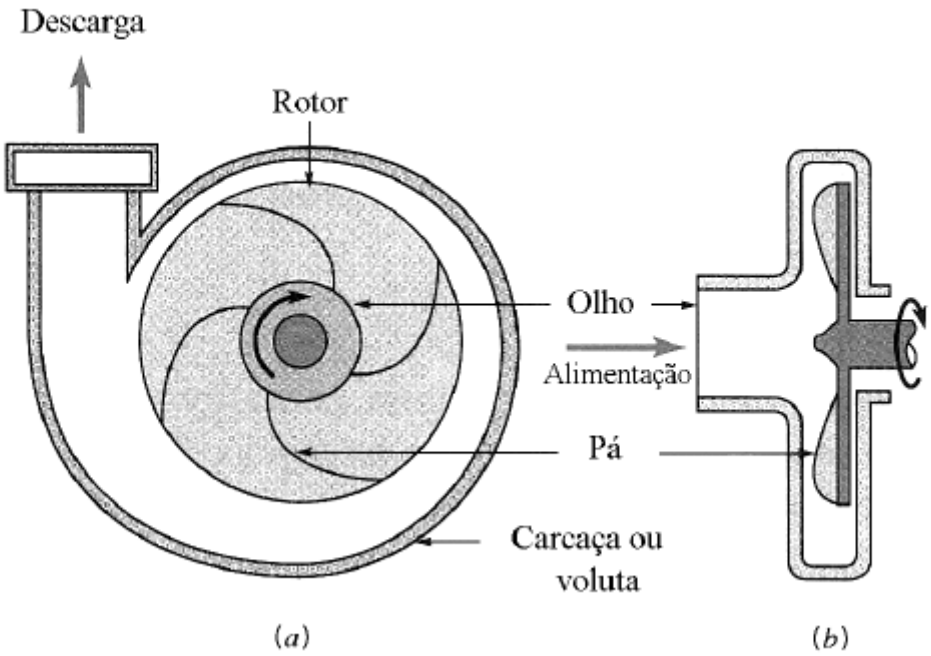


Figura 2 - Bomba centrífuga
Fonte: MUNSON (2004, p.714)

Conforme o rotor gira, o fluido é succionado através da seção de alimentação da bomba e escoa radialmente para fora da bomba. A energia é adicionada ao fluido pelas pás móveis e tanto a pressão quanto a velocidade absoluta são aumentadas ao longo do escoamento no rotor.

2.2. Sistemas de bombeamento

As bombas são equipamentos utilizados para transporte de fluidos de um ponto para outro obedecendo às condições do processo. Geralmente o ponto para o qual o fluido é transportado é de maior energia, portanto a condução por gravidade, como alternativa, apresenta restrições de ordem técnica, pouca flexibilidade, impossível em muitas situações. Como exemplo, têm-se os rios para abastecimento de água. Eles estão, normalmente, situados em vales, com cotas mais baixas, o que impede a operação por gravidade. Outro exemplo são as redes de coleta e condução de esgoto, que são

dimensionadas para operarem gravitacionalmente, mas exigem bombeamento para ganho de cota no escoamento.

Denomina-se sistema de bombeamento ao conjunto constituído pelas bombas, tubulações, reservatórios e acessórios.

Os sistemas de bombeamento podem ser classificados em redes malhadas (Figura 3) ou ramificadas (Figura 4). As redes malhadas são constituídas por tubulações que formam anéis ou malhas (PORTO, 2006). São ramificadas quando o abastecimento se faz em um único sentido, do reservatório de montante para as extremidades dos dutos (chamadas pontas secas).

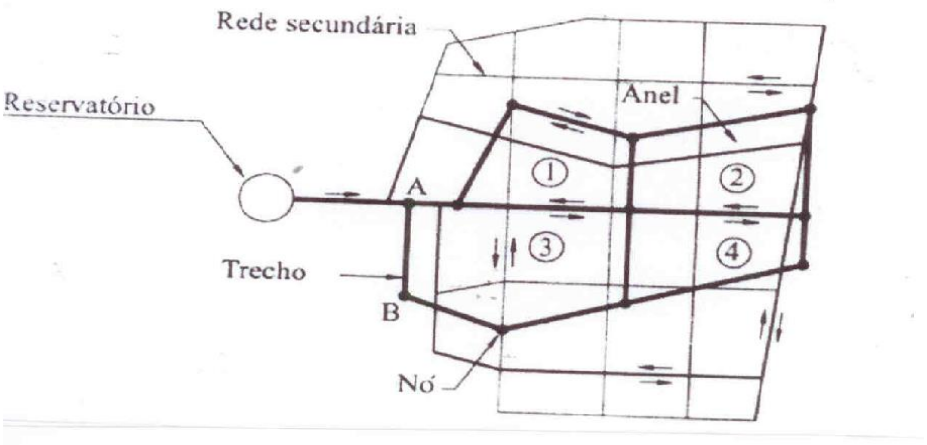


Figura 3 - Rede malhada
Fonte: PORTO (2006, p.170)

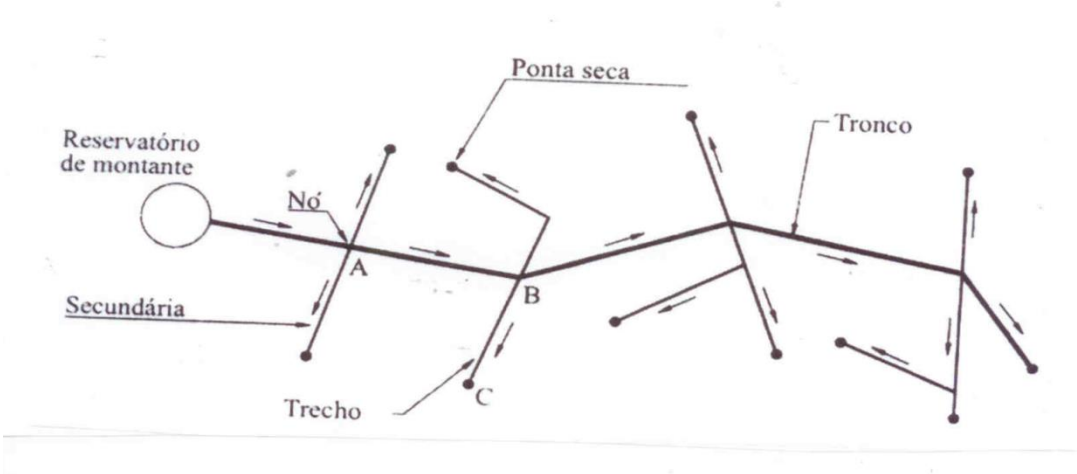


Figura 4 - Rede ramificada
Fonte: PORTO (2006, p.170)

As redes ramificadas podem ser simples ou complexas. São simples quando existe apenas um duto entre o reservatório de alimentação e o reservatório a ser alimentado. As redes ramificadas complexas podem ter diversos reservatórios em diversos níveis. Esses sistemas têm várias aplicações, como no abastecimento público de água, na irrigação agrícola, nos sistemas de incêndio, no escoamento de petróleo e nas indústrias em geral (PORTO, 2006).

2.3. Hidrodinâmica

2.3.1. Altura de coluna líquida (carga de pressão)

A lei de Stevin relata que a pressão em uma tubulação pode ser expressa em altura de coluna líquida (JARDIM,1992), como mostrado na equação 1.

$$H=\frac{p}{\rho.g} \quad (1)$$

em que:

H é a altura da coluna líquida (m), também chamada carga de pressão

p é a pressão na tubulação (N/m^2)

ρ é a massa específica (Kg/m^3)

g é a aceleração da gravidade (m/s^2)

2.3.2. Equação da continuidade para regime permanente (Princípio da conservação da massa)

Quando um fluido escoa em uma tubulação em regime permanente, ou seja, quando se mantêm constantes no ponto as propriedades do fluido em relação ao tempo, a massa fluida que entra é igual a que sai. Sendo o fluido incompressível, resulta constante a vazão volumétrica entre duas seções quaisquer do conduto, equação 2 (JARDIM,1992).

$$s.v=Q=constante \quad (2)$$

em que:

s é a seção de escoamento (m^2)

v é a velocidade média de escoamento (m/s)

Q é a vazão (m^3/s)

2.3.3. Equação da conservação da energia em regime permanente

2.3.3.1. Fluido ideal

Para um fluido ideal, sem receber ou fornecer energia, que escoa em regime permanente em uma tubulação, para cada seção tem-se a equação de Bernoulli (equação 3), a qual representa a energia que o fluido possuí ao atravessar uma dada seção (AZEVEDO NETO, 1973).

$$H=z+\frac{p}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}=\text{constante} \qquad (3)$$

em que:

H é a energia por unidade de peso do fluido, também chamada de carga (m)

z é a cota do eixo da tubulação (m)

p é a pressão do fluido (N/m^2)

ρ é a massa específica do fluido (Kg/m^3)

g é a aceleração da gravidade (m/s^2)

v é a velocidade do fluido (m/s)

2.3.3.2. Fluido real

Considerando um fluido real, que escoa em regime permanente em uma tubulação, faz-se necessária a introdução de uma parcela representativa das perdas de energia (h_L) como pode-se observar na equação 4 (JARDIM, 1992).

$$H=z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}+h_L \qquad (4)$$

sendo h_L a perda de carga (perda de energia) entre duas seções 1 e 2 da tubulação (m).

2.3.4. Perda de carga

Quando um fluido escoa entre dois pontos de uma tubulação uma parte da energia inicial é dissipada na forma de calor (MORAES JÚNIOR *et al*., 2011). A perda de carga divide-se em: perda na tubulação e nos acessórios.

2.3.4.1. Perda de carga nas tubulações ou perda de carga distribuída

O escoamento de qualquer fluido real no interior de uma tubulação resulta sempre em uma perda de energia do fluido. A equação Universal ou de Darcy-Weisbach (equação 5) é uma das equações mais utilizadas para a determinação da perda de carga distribuída (PORTO, 2006).

$$h_L = f.\frac{L}{D}.\frac{v^2}{2g} \quad (5)$$

sendo:

h_L a perda de carga distribuída (m)

f o coeficiente de atrito (adimensional)

L o comprimento da tubulação (m)

D o diâmetro da tubulação (m)

v a velocidade média de escoamento (m/s)

g a aceleração da gravidade (m/s²)

Esta mesma equação (5) pode ser expressa em termos da vazão (JARDIM, 1992), conforme equação (6).

$$h_L = 0{,}0826.\frac{f.L.Q^2}{D^5} \quad (6)$$

A determinação do fator de atrito f leva em consideração o tipo de escoamento. O escoamento é dito laminar quando as linhas de corrente são suaves e o movimento é altamente ordenado, e é turbulento quando caracterizado pelas flutuações de velocidade e pelo movimento altamente desordenado. O regime de escoamento depende principalmente da relação entre as forças inerciais e as forças viscosas do fluido (ÇENCEL e CIMBALA, 2007). Esta relação adimensional é chamada de número de Reynolds e pode ser expressa em um escoamento em tubulação circular conforme a equação 7:

$$Re=\frac{\text{forças inerciais}}{\text{forças viscosas}}=\frac{\rho.v.D}{\mu} \quad (7)$$

em que:

ρ a massa específica (Kg/m³)

v é a velocidade média de escoamento (m/s)

D é o diâmetro interno da tubulação (m)

μ é a viscosidade dinâmica (Kg/m.s)

De acordo com o número de Reynolds, o escoamento pode ser classificado em:

A) Escoamento Laminar, $Re < 2300$

O coeficiente f não depende da rugosidade da tubulação, mas apenas do número de Reynolds. Para tubos circulares tem-se a equação de Poiseville (equação 8) (ÇENCEL e CIMBALA, 2007).

$$f=\frac{64}{Re} \quad (8)$$

B) Escoamento Turbulento, $Re > 4000$

Existem muitas expressões para calcular o fator f, para escoamento turbulento, entre as quais citam-se as de Blasius, Karman-Prandt, Nikuradse, Colebrook e Swamee-Jain (ANDRADE e CARVALHO, 2001).

C) Escoamento instável, $2300 < Re < 4000$

O escoamento instável é uma região crítica onde o valor de f é calculado pela equação de Colebrook (MORAES JÚNIOR *et al*., 2011).

A maioria dos escoamentos encontrados na prática é turbulento e, para este tipo de regime, podemos calcular o valor de f utilizando a fórmula de Swamee-Jain, (equação 9), bastando substituir os valores do diâmetro D, a rugosidade ε do tubo e o numero de Reynolds (PORTO, 2006).

$$f=\frac{0,25}{[\log(\frac{\varepsilon}{3,7D}+\frac{5,74}{Re^{0,9}})]^2} \quad (9)$$

As paredes internas das tubulações apresentam rugosidade, que depende do material de que são fabricadas e do tempo de uso. A rugosidade absoluta é a altura média das saliências de uma superfície e geralmente é medida em milímetros. Como nos casos práticos a rugosidade absoluta não é uniforme, ela é medida por um valor médio, que, para efeito de cálculo da perda de carga, corresponderia a uma rugosidade uniforme. Esse valor médio, representado pela letra ε, chama-se rugosidade equivalente e para alguns materiais é apresentado na tabela 1.

Tabela 1 - Rugosidade equivalente ε

Material	Rugosidade (mm)
Aço rebitado	0,91 a 9,1
Concreto	0,3 a 3,0
Aduelas de madeira	0,18 a 0,91
Ferro fundido	0,26
Ferro galvanizado	0,15
Ferro revestido asfalto	0,12
Aço comercial ou ferro forjado	0,05
Tubo extrudado	0,0015
Alumínio	0,015
Vidro	0,0015
PVC	0,015

Fonte: MOODY(1944, p. 673) ; GOMIDE(1993, p. 391 e 393) e ALÉ(2011, p.8-18)

2.3.4.2. Perda de carga nos acessórios (singularidades) ou perda de carga localizada

As perdas de carga nos acessórios são causadas pelos obstáculos existentes na tubulação e ocorrem sempre que houver mudança brusca na velocidade. Os obstáculos mais comuns são as curvas, derivações, ramais, reduções, ampliações, válvulas, entradas e saídas de tubulação. A perda de carga em um acessório pode ser calculada de várias maneiras. No método direto de cálculo, para fluxo turbulento, utiliza-se da propriedade que a perda de carga em uma singularidade varia com o quadrado da velocidade (PORTO, 2006) e, consequentemente, ao quadrado da vazão (equação 10).

$$h_L = 0{,}0826 . \frac{K}{D^4} . Q^2 \qquad (10)$$

sendo

h_L a perda de carga devido a singularidade (m)

K o fator para cada tipo de obstáculo (experimental), conforme a tabela 2

Q vazão (m^3/s)

D o diâmetro da tubulação (m)

2.4. Considerações técnicas sobre bombas centrífugas

2.4.1. Equação de Euler

O rotor, elemento principal de uma máquina de fluxo, é munido de pás que modificam a direção do escoamento. Uma partícula líquida ao atravessar um rotor ficará não só sujeita ao movimento deste, mas também possuirá o movimento relativo ao rotor no sentido preponderantemente radial, proveniente da ação centrífuga. A composição destes dois movimentos define o movimento da partícula em relação ao observador fixo (movimento absoluto). Na teoria simplificada devido a Euler define-se um rotor ideal possuindo um número infinito de pás e estas infinitamente delgadas.

Tabela 2 - Fator de perda de carga localizada

Acessório (singularidade)	K
Ampliação gradual	0,30*
Controlador de vazão	2,5
Cotovelo de 90° (raio curto)	0,9
Cotovelo de 45° (raio curto)	0,4
Crivo	0,75
Curva de 90° (raio longo)	0,4
Curva de 45° (raio longo)	0,2
Curva de 22,5° (raio longo)	0,1
Entrada normal de canalização	0,5
Entrada de borda	1
Existência de pequena derivação	0,03
Junção	0,4
Medidor Venturi	2,5**
Redução gradual	0,15*
Registro de ângulo aberto	5
Registro de gaveta aberto	0,2
Registro globo aberto	10
Saída de canalização	1
Tê, passagem direta	0,6
Tê, saída de lado	1,3
Tê, saída bilateral	1,8
Válvula de pé	1,75
Válvula de retenção	2,5
* Com base na velocidade maior (seção menor)	
** Relativa à velocidade na canalização	

Fonte: AZEVEDO NETO (1973, p.218)

A Figura 5 representa o fluido entrando no rotor com raio r_1, e saindo do rotor com raio r_2. As velocidades relativas do fluido são indicadas como w_1 na entrada (1) e w_2 na saída (2). A velocidade tangencial do rotor é u_1 em (1) e u_2 em (2). Os diagramas vetoriais mostram as velocidades absolutas do fluido (V_1 e V_2).

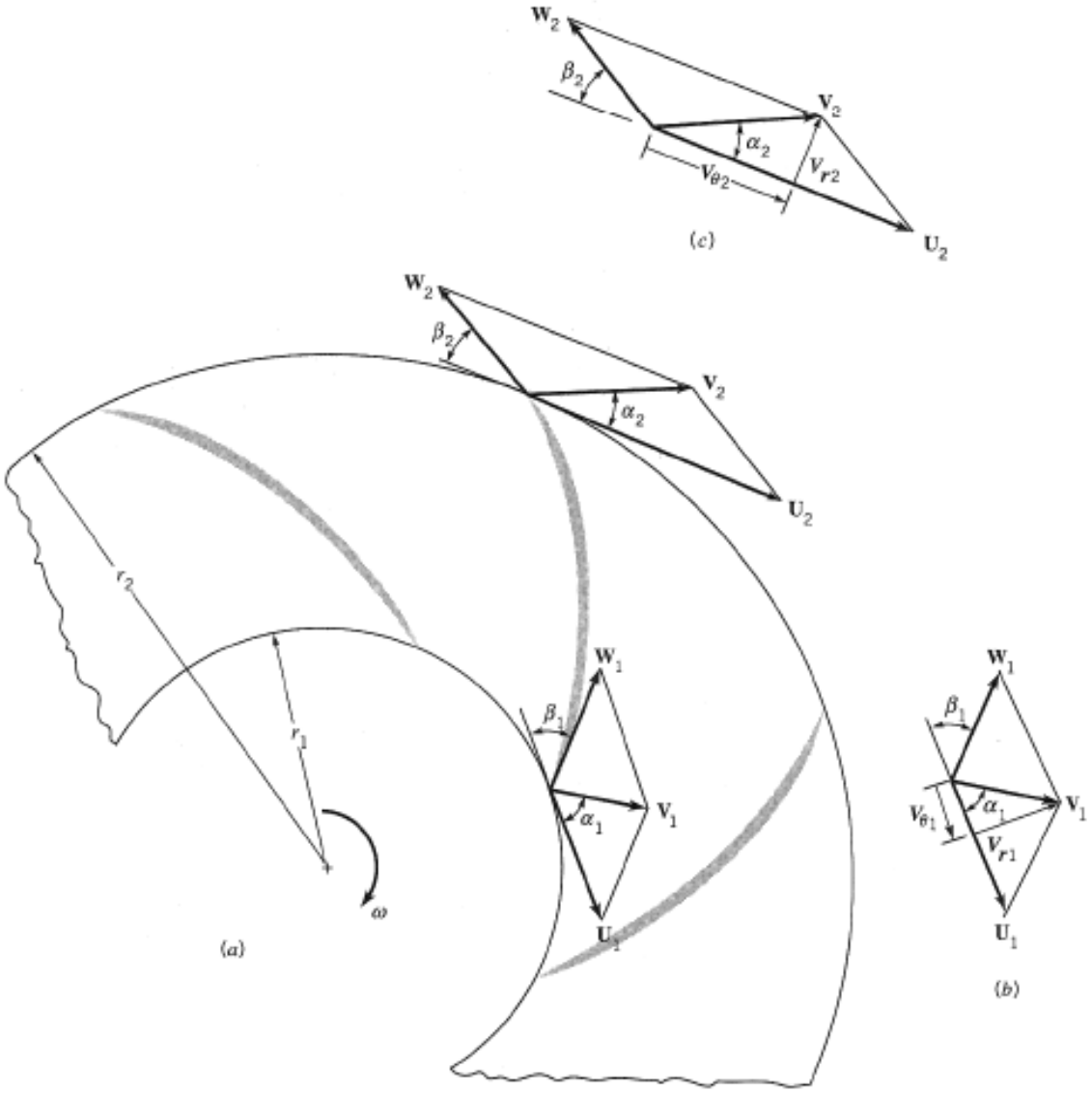


Figura 5 - Ação rotor
Fonte: MUNSON (2004, p.715)

A transferência de energia entre o rotor e o fluido pode ser quantificada através da analise da diferença entre as velocidades do fluido na saída e na entrada do rotor. A equação 11, que correlaciona a potência transmitida pelo eixo à corrente líquida, é denominada Equação de Euler (CENÇEL e CIMBALA, 2007).

$$H_{th\infty} = \frac{(V_2 \,.\, u_2 \,.\cos\alpha_2 - V_1 \,.u_1 \,.\cos\alpha_1)}{g} \qquad (11)$$

Sendo

$H_{th\infty}$ quantidade de energia cedida a 1 kg de fluido que atravessa uma bomba ideal (m)

g aceleração da gravidade (m/s²)

Em muitas bombas o fluxo no ponto (1) pode ser considerado radial e o valor $V_1 .u_1 .\cos\alpha_1$ é nulo (ALÉ, 2011), como mostra a equação 12.

$$H_{th\infty}=\frac{1}{g}(V_2 . u_2 .\cos\alpha_2) \quad (12)$$

2.4.2. Curva característica teórica da bomba

A curva característica de uma bomba centrífuga, para uma determinada rotação, é a representação gráfica da carga (H) em função da vazão (Q) (JARDIM, 1992).

A relação teórica entre $H_{th\infty}$ e Q toma a forma de uma reta com inclinação dependente de β_2, equação 13, conforme Figura 6. Na prática, o ângulo β_2 varia entre 15° e 35° (MARTÌNEZ, 2006).

$$H_{th\infty}=K_1 + K_2.\cot g\ \beta_2.Q \quad (13)$$

sendo K_1 e K_2 variáveis dependentes da geometria do rotor e de u_2.

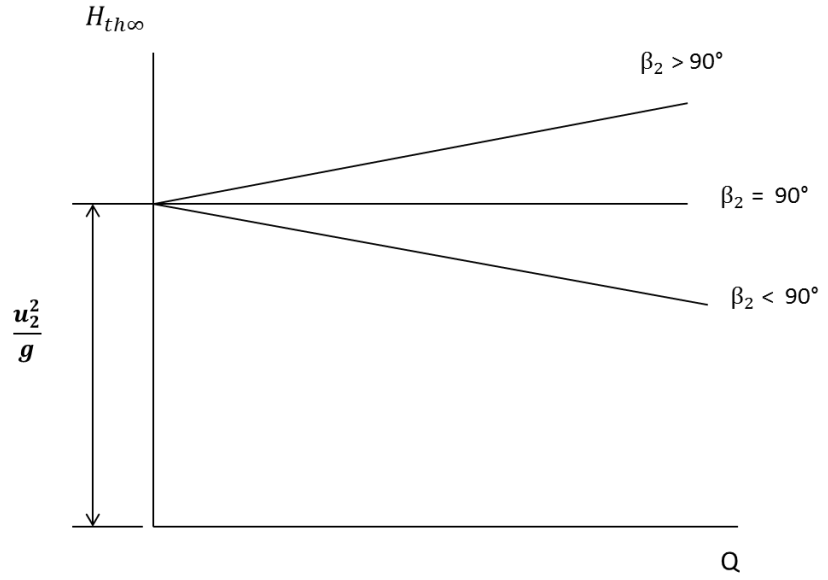


Figura 6 - Curva teórica da bomba
Fonte: ALÉ (2011, p.2-21)

2.4.3. Curva característica real da bomba

A altura de elevação real desenvolvida pela bomba é a altura teórica para um número finito de pás e espessura definida subtraído das perdas hidráulicas. Esta altura é determinada introduzindo-se um fator de correção (ξ) no valor da altura teórica (MARTÌNEZ, 2006). A Figura 7 representa uma curva característica de bomba centrífuga onde se mostram os diferentes efeitos provocados pela turbulência, atrito e pelo efeito de recirculação do escoamento. Devido a isto, a curva teórica transforma-se numa curva real representada pela equação 14.

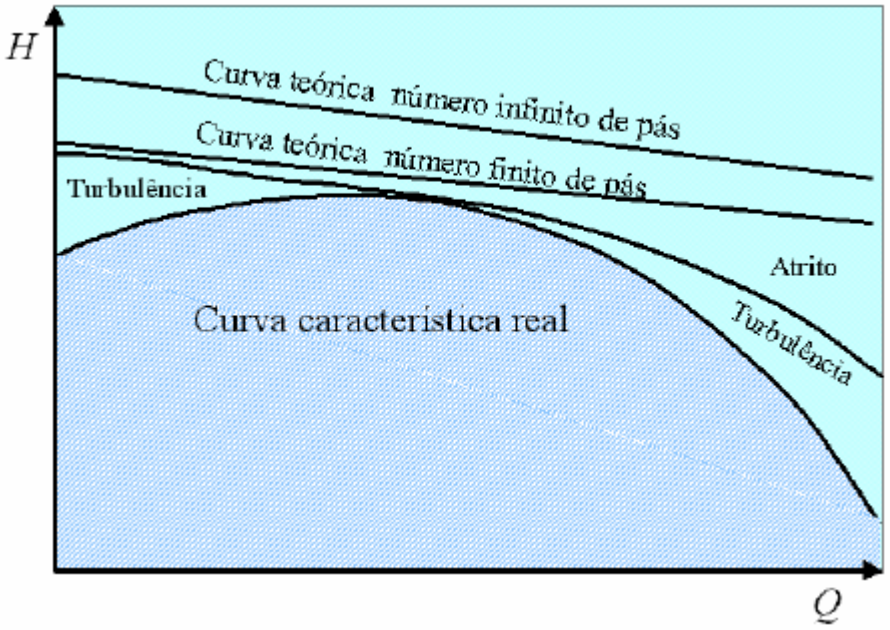


Figura 7 - Curva caraterística real da bomba
Fonte: ALÉ (2011, p.3-6)

$$H = H_{th} - (h_1 + h_2) = \xi.H_{th\infty} - (h_1 + h_2) \quad (14)$$

em que

H_{th} é a quantidade de energia cedida a 1 kg de fluido que atravessa uma bomba real.

ξ é o fator de correção para as condições reais.

h_1 e h_2 expressam as perdas por atrito e perdas por choque, respectivamente, e são descritas pelas equações 15 e 16.

$$h_1 = k_a . Q^2 \quad (15)$$

$$h_2 = k_c . (Q - Q_{projeto}) \quad (16)$$

Sendo k_a e k_c constantes e $Q_{projeto}$ a vazão de projeto. A Figura 8 representa a curva H-Q da bomba centrífuga onde observa-se que para a vazão de projeto o rendimento é máximo. Este ponto é chamado de ponto de máximo rendimento BEP (*Best Efficient Point*).

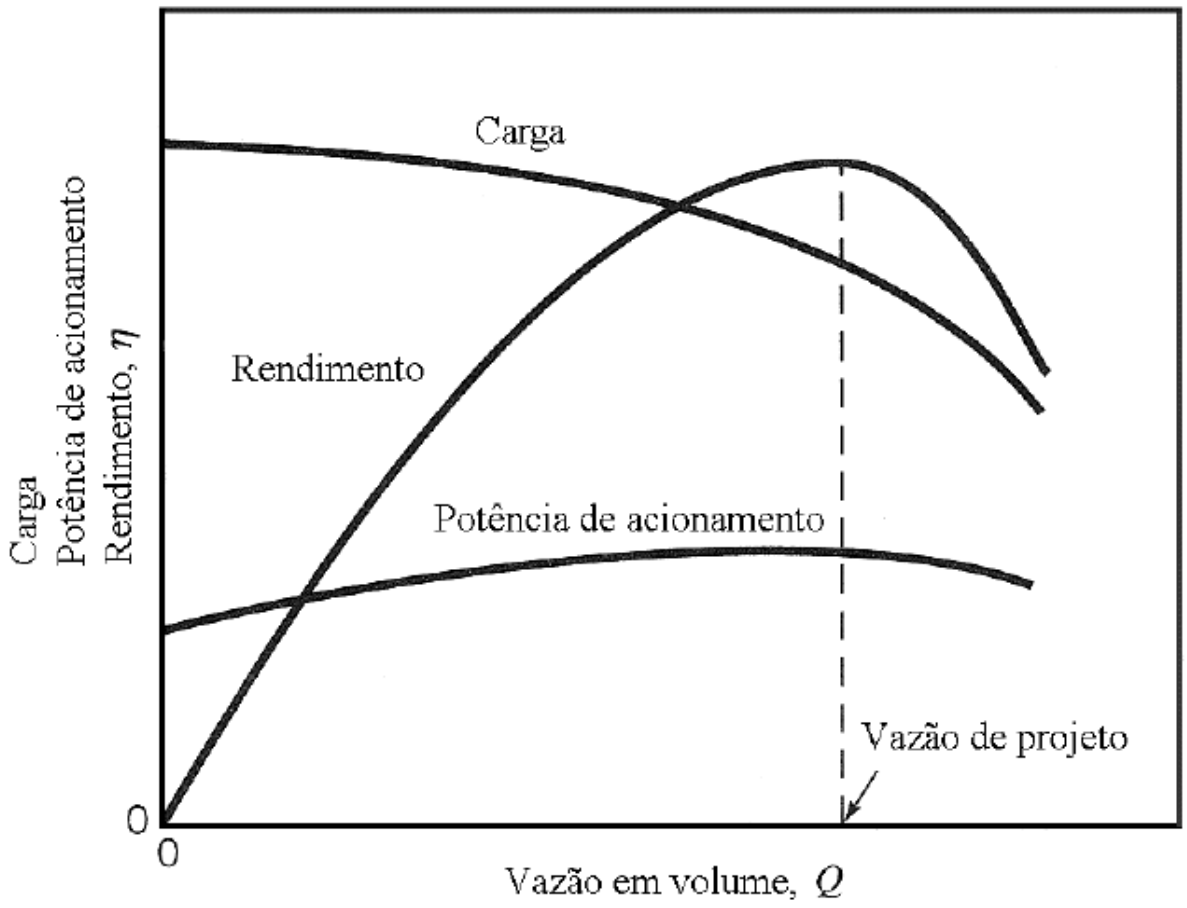


Figura 8 - Vazão de projeto
Fonte: MUNSON (2004, p.719)

Substituindo as equações (13), (15) e (16) em (14), tem-se a equação (17):

$$H=\xi.(K_1 + K_2 . \cot g\ \beta_2 .Q) - k_a . Q^2 - k_c . (Q - Q_0) \quad (17)$$

A equação 17 pode ser reescrita, agrupando-se os termos invariáveis, em função da vazão, na forma de um polinômio de 2º grau (MARTÌNEZ, 2006), obtendo-se a equação 18.

$$H = a + b*Q + c*Q^2 \quad (18)$$

Sendo a, b e c constantes.

Mediante uma análise teórica, não se pode obter a expressão matemática, equação 18 de modo preciso. Em geral, determina-se a curva por via experimental, através de um banco de ensaios, e esta é a que o fabricante fornece ao usuário. Os polinômios de vários graus e, de uma forma alternativa, a *spline* cúbica são equações empregadas para descrever matematicamente curvas características de bombas (SANTOS, 2001; SCALOPPI, 1998). Para bombas radiais com velocidade específica menor que 80, um polinômio do 2º grau é adotado, com razoável precisão, para descrever matematicamente a curva característica da bomba (YIN, 1992 e AHMAD, 2002).

Para ajuste a uma curva de segundo grau, pode-se tomar uma série de pontos e ajustar a função mediante o método dos mínimos quadrados (MESQUITA, 2006), manualmente ou através de planilhas eletrônicas. Um outro procedimento é substituir três pontos na equação 18 (WHITESIDES, 2008). Geralmente os pontos são a) o *shut-off* (carga máxima para vazão nula), b) o ponto de máximo rendimento (*BEP*) e c) o ponto de mínima vazão.

2.4.4. Curva experimental da bomba

O aumento real da carga do fluido por uma bomba pode ser determinado com um arranjo do tipo mostrado na Figura 9 e utilizando a equação de energia 3 entre a entrada e a saída da bomba, conforme equação 19.

$$\text{Carga líquida } H = \left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}\right)_{Saída} - \left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}\right)_{Entrada} \quad (19)$$

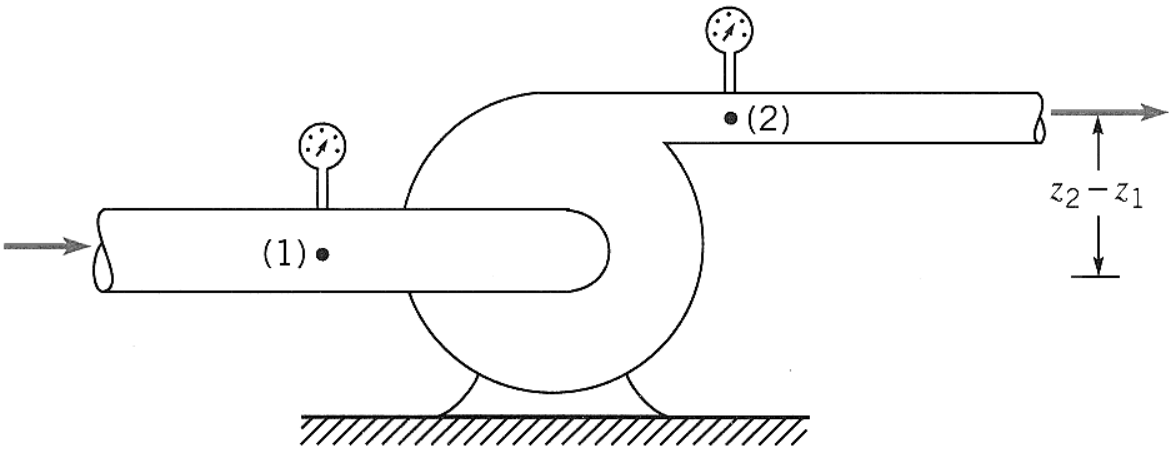


Figura 9 - Carga líquida de uma bomba
Fonte: CENÇEL (2007, p.649)

Uma vez que no caso da bancada experimental são desprezíveis os termos referentes à pressão do vacuômetro, às velocidades, às perdas de carga e $\Delta z = 0$ (PEREIRA, 2011) então a equação 19 se reduz a:

$$H = \frac{p_{Saída}}{\rho g} \qquad (20)$$

Neste caso simplificado, a carga líquida é simplesmente a elevação de pressão através da bomba expressa como uma altura de coluna de fluido (CENÇEL, 2007).

A máxima vazão através de uma bomba ocorre quando sua carga líquida é zero (H=0), essa vazão é chamada de fornecimento livre da bomba. As condições de fornecimento livre são atingidas quando não há restrição de escoamento na entrada ou saída da bomba, em outras palavras quando não há carga na bomba. No outro extremo, a carga de fechamento é a carga líquida que ocorre quando a vazão em volume é zero (Q = 0), e é atingida quando a porta de saída da bomba é bloqueada. Entre esses dois extremos, do fechamento até o fornecimento livre, a carga líquida da bomba pode aumentar um pouco com relação a seu valor de fechamento à medida que a vazão aumenta, mas H finalmente diminui até zero à medida que a vazão volumétrica aumenta até seu valor de fornecimento livre. A eficiência da bomba atinge seu valor máximo em algum ponto entre a condição de fechamento e a condição de fornecimento livre. Esse ponto de operação de máxima eficiência é chamado, adequadamente, de melhor ponto de

eficiência (*BEP*). É importante entender que uma bomba só pode operar ao longo de sua curva de desempenho (CENÇEL, 2007).

2.4.5. Características adimensionais

No estudo e desenvolvimento de máquinas hidráulicas, como bombas e turbinas, é comum fazer uso de coeficientes adimensionais que representam, de modo global e compacto, os fenômenos físicos envolvidos (ALÈ, 2011). Para bombas utiliza-se de três coeficientes adimensionais, os quais são os coeficientes de pressão, de vazão e de potência representados respectivamente, pelas equações (21), (22) e (23).

$$C_H = \frac{g.H}{\omega^2.D^2} \tag{21}$$

$$C_Q = \frac{Q}{\omega.D^3} \tag{22}$$

$$C_{Pot} = \frac{Pot}{\omega^3.D^5.\rho} \tag{23}$$

em que:

g é a aceleração da gravidade (m/s^2)

H é a carga (m)

D é o diâmetro do rotor (m)

ω é a velocidade rotacional do rotor (rad/s)

Q é a vazão em volume (m^3/s)

Pot é a potência (Kw)

ρ é massa específica (Kg/m^3)

2.4.6. Velocidade específica

A velocidade específica é um termo muito útil obtido através da eliminação do diâmetro D na combinação do coeficiente de vazão C_Q com o coeficiente de carga C_H (ALÈ, 2011), conforme equação (24).

$$n_q = \frac{n\sqrt{Q}}{(H)^{3/4}} \quad (24)$$

É usual determinar a velocidade específica no ponto de máximo rendimento. Este parâmetro permite estudar e classificar as máquinas dinamicamente semelhantes em classes ou famílias com a mesma rotação específica. A velocidade específica é normalmente computada com unidades padronizadas para uso prático.

n_q é a velocidade específica da bomba (rpm)

Q é a vazão da bomba no ponto de máximo rendimento (m^3/s)

H é a carga da bomba no ponto de máximo rendimento (m)

n é o número de rpm da bomba

Conforme o *Hydraulic Institute* (2012) as bombas centrífugas são classificadas em:

- Bomba radial $n_q < 90$
- Bomba de fluxo misto $90 < n_q < 200$
- Bomba axial $n_q > 200$

2.4.7. Altura manométrica total (AMT) e curva do sistema

A altura manométrica total representa, em um sistema de bombeamento típico, a energia que a bomba deve fornecer ao fluido, em metros de coluna líquida para que o mesmo vença o desnível da instalação, a diferença de pressão entre os dois reservatórios e as perdas de carga da instalação (JARDIM, 1992).

Um sistema típico de bombeamento é mostrado na Figura 10, na qual aplicando-se a equação do balanço de energia, equação 4, entre os pontos (1) e (2) resulta a equação (25).

$$AMT = z_2 - z_1 + \sum h_L \quad (25)$$

Sendo:

AMT a energia fornecida pela bomba ao fluido (m)

z_1 e z_2 são as cotas nos pontos (1) e (2), respectivamente (m)

$\sum h_L$ é a somatória de todas as perdas de carga (m)

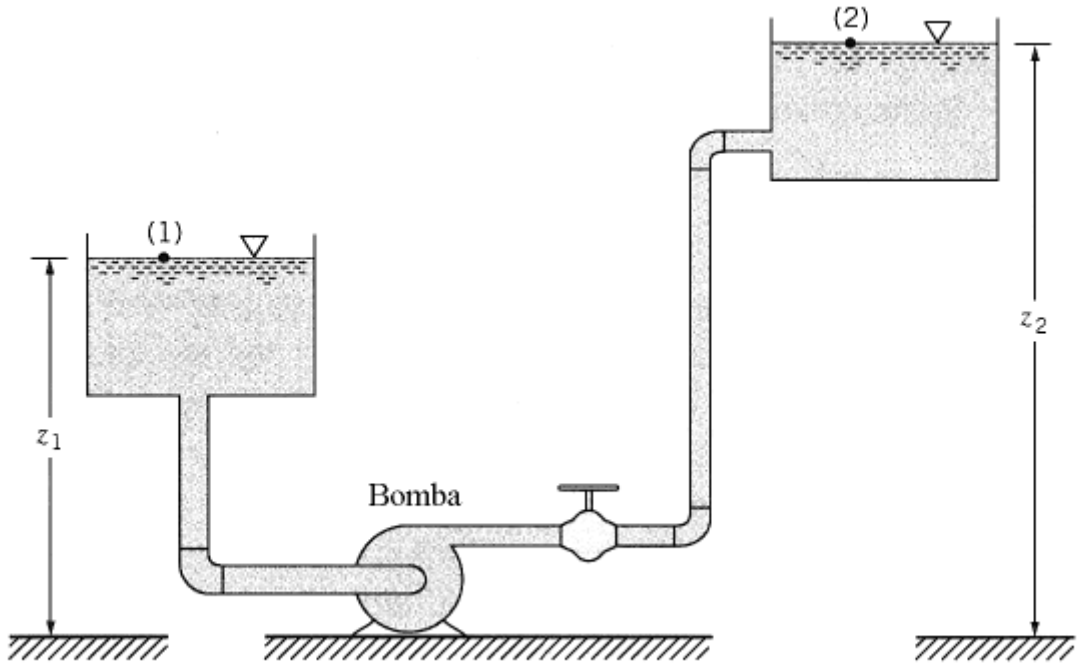


Figura 10 - Sistema típico de bombeamento
Fonte: MUNSON (2004, p 722)

A curva característica do sistema é obtida da equação da altura manométrica, na qual a parcela relativa as perdas de carga é calculada para diversos valores de vazão (JARDIM, 1992). E então, a equação (25) pode ser escrita na forma da equação (26).

$$AMT=z_2 - z_1 + R.Q^2 \quad (26)$$

Em que R, chamada de resistência hidráulica da tubulação, depende do diâmetro e comprimento da tubulação, fator de atrito e perdas localizadas e, portanto a substituição das equações (6) e (10), que representam, respectivamente, as perdas de carga distribuída e localizada, na equação (26) resulta na equação (27). O termo $(z_2 - z_1)$ é designado como altura estática ou geométrica.

$$AMT=z_2-z_1+(0{,}0826.\frac{fL}{D^5} + 0{,}0826.\frac{K}{D^4}).Q^2 \quad (27)$$

A Figura 11 ilustra o gráfico da AMT em função da variação da vazão, também chamado de curva do sistema.

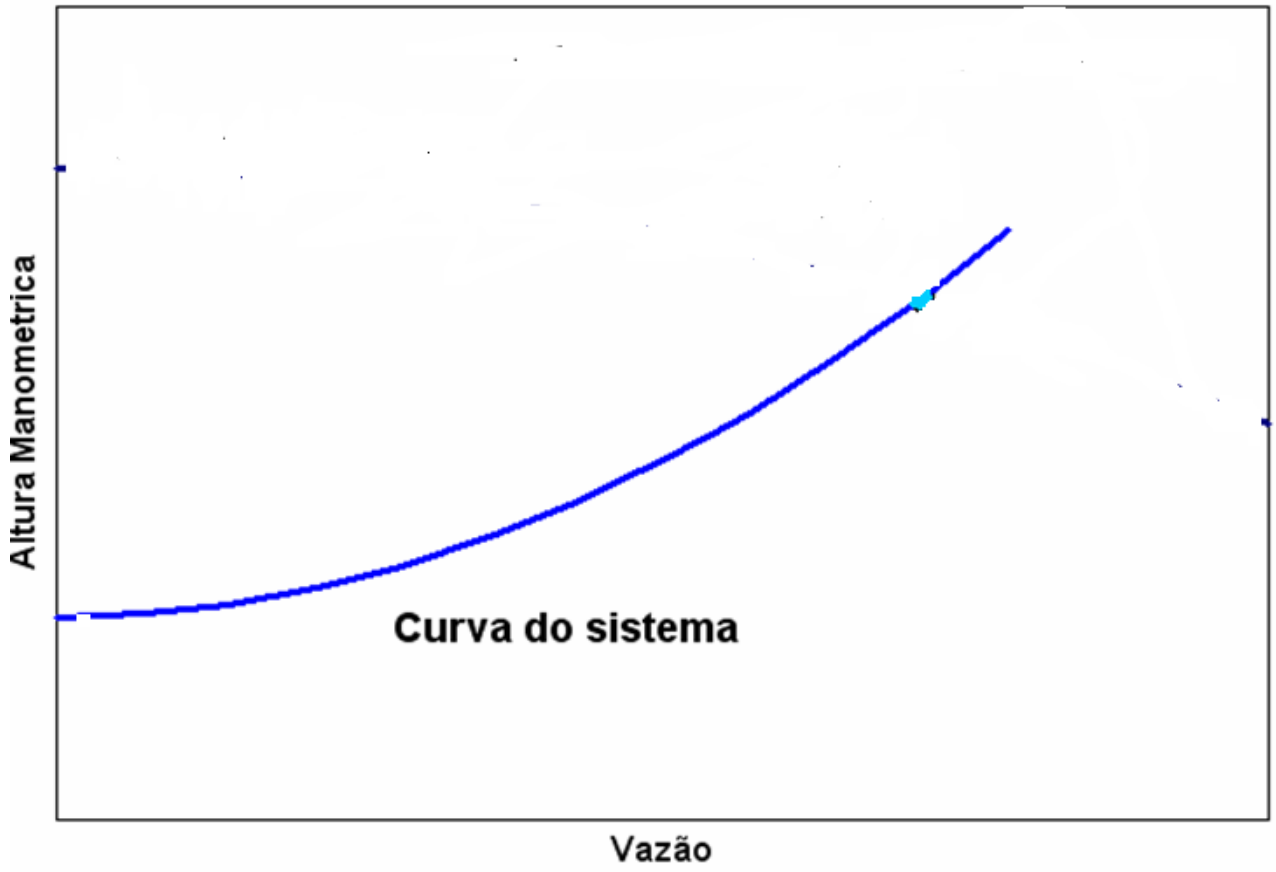


Figura 11 - Curva do sistema de bombeamento
Fonte: ALÉ (2011, p.5-5)

2.4.8. Ponto de operação

O ponto de operação ou trabalho de uma bomba é o ponto de intersecção entre a curva característica da bomba e a curva do sistema plotados em um gráfico de altura manométrica em função da vazão (JARDIM, 1992). Tem-se na Figura 12 a determinação gráfica do ponto de operação de um sistema simples de bombeamento.

O ponto (A), mostrado na Figura 12 define a vazão de bombeamento, a altura manométrica total, o rendimento operacional da bomba e a potência consumida pela bomba.

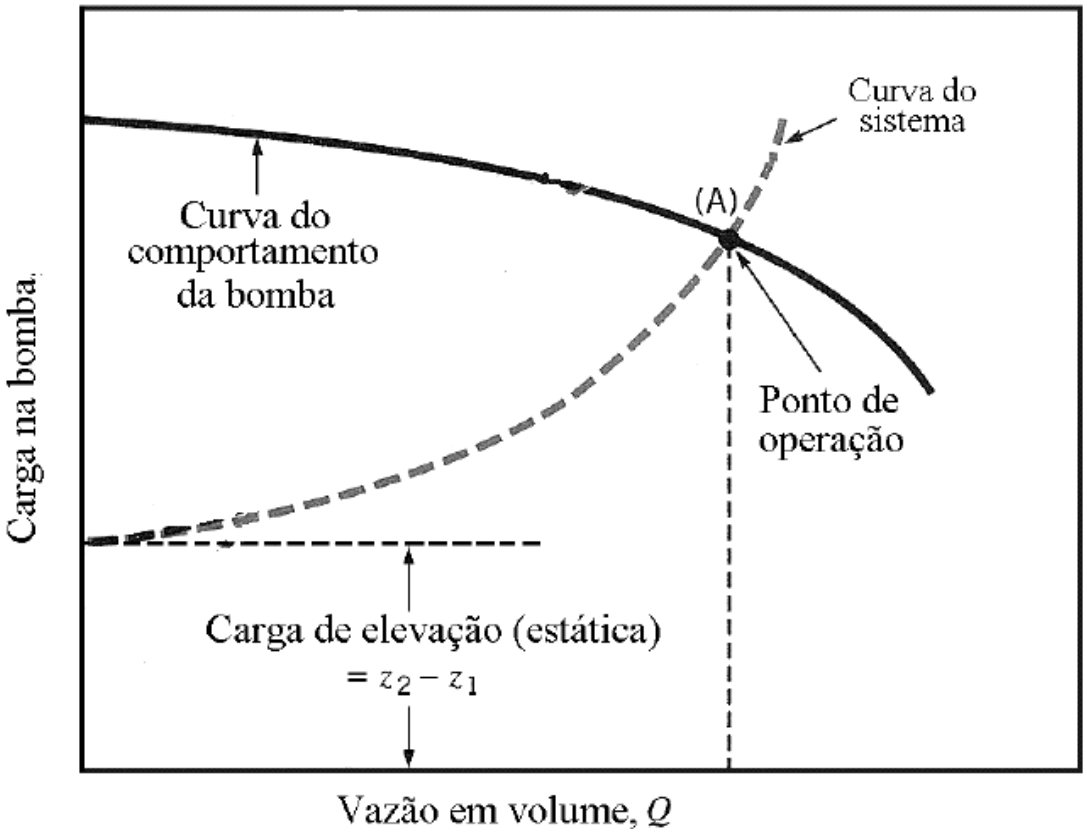


Figura 12 - Ponto de operação
Fonte: MUNSON (2004, p723)

2.4.9. Métodos de determinação do ponto de operação

A determinação do ponto de operação nas redes ramificadas simples é obtida plotando-se em um gráfico de carga (H) pela vazão (Q), as curvas da bomba e a do sistema. A intersecção das curvas é o ponto de operação da bomba. Outra forma de obter o ponto de operação é expressar matematicamente as curvas da bomba e do sistema e resolver simultaneamente essas equações (TALWAR, 1988). O estudo desses sistemas é vasto na literatura (PEREIRA, 2011).

No caso de circuitos hidráulicos ramificados complexos (com vários ramais, diferentes desníveis) a solução gráfica tradicional impõe traçar várias curvas pelas quais os erros se acumulam. Já a solução algébrica é rara na literatura, geralmente utilizando de sistemas iterativos (TALWAR, 1988).

Dois métodos de obtenção do ponto de operação de sistemas ramificados para alimentação simultânea de dois tanques em cotas diferentes por uma única bomba são apresentados nos subitens a seguir.

2.4.9.1. Método gráfico tradicional

A Figura 13 mostra um sistema de bombeamento ramificado onde é ilustrado a determinação do ponto de funcionamento pelo método gráfico tradicional (HOUGHTALEN, HWANG e AKAN, 2013). Este sistema é constituído de uma bomba centrífuga Bo succionando fluido de um reservatório inferior T1 e alimentando dois reservatórios em níveis diferentes, reservatório intermediário T2 e reservatório superior T3.

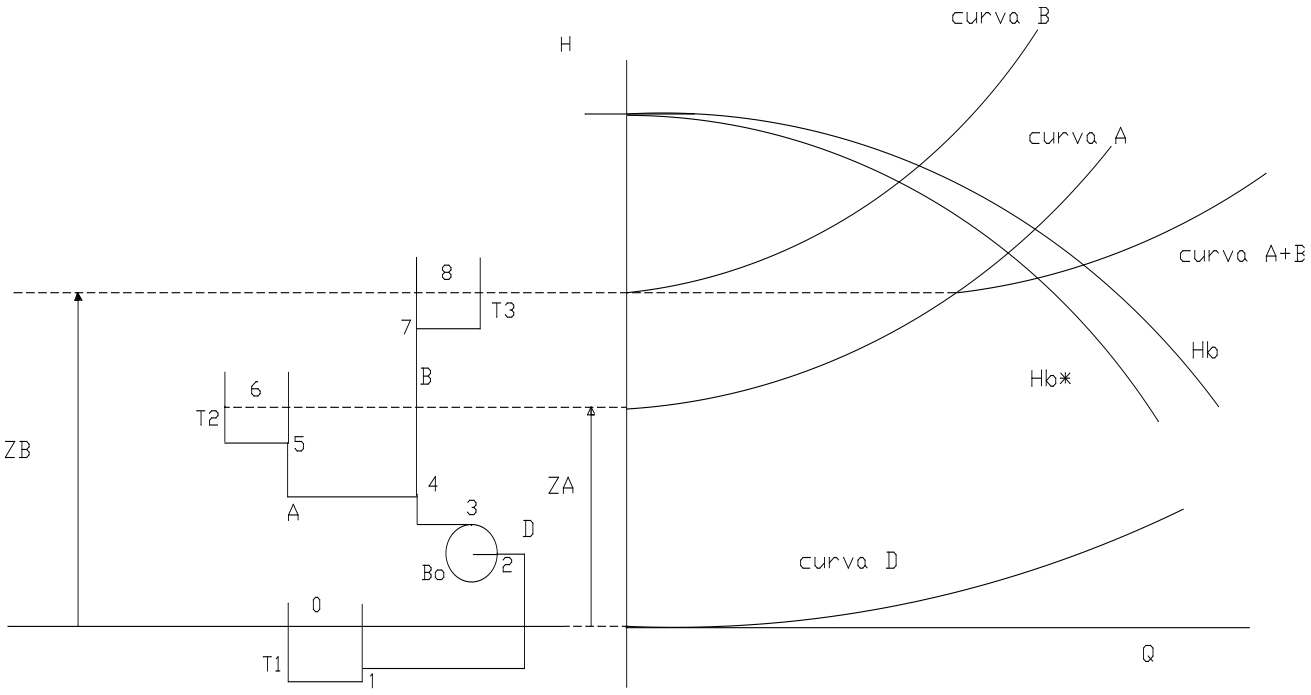


Figura 13 - Curvas de perdas de carga em sistemas com descarga para duas cotas diferentes

Fonte: HOUGHTALEN, HWANG e AKAN (2013, p. 104)

Podem-se distinguir, na parte esquerda da Figura, a bomba centrífuga, os tanques e três ramos de tubulações:

A) Ramo A, trecho de tubulação e acessórios do ponto de bifurcação 4 até 5, entrada do tanque intermediário
B) Ramo B, trecho de tubulação e acessórios do ponto de bifurcação 4 até 7, entrada do tanque superior

C) Ramo D, trecho de tubulação e acessórios do ponto de saída do tanque inferior 1, até a entrada da bomba 2 (Ramal de sucção da bomba) e da saída da bomba 3 até o ponto de bifurcação 4 (Ramal de recalque da bomba)

Os níveis dos fluidos nos tanques são denotados como 0 (Referência), 6 e 8 para os tanques inferior, intermediário e superior, respectivamente. A cota ZA é medida do nível do líquido do tanque inferior até o nível do líquido no tanque intermediário e a cota ZB é medida do nível do líquido do tanque inferior até o nível do tanque superior.

A parte direita da Figura 13 é constituída de várias curvas. Tem-se, a seguir uma descrição de como cada uma é construída:

A) Curva A

Curva manométrica do Ramal A, construída através da Equação 27. Substituindo os valores conhecidos tem-se a Equação 28.

$$HA = ZA + RA.Q^2 \quad (28)$$

Sendo:

HA altura manométrica do ramal A (mca)

ZA altura geométrica do nível do tanque intermediário em relação ao nível do tanque inferior (Referência) (m)

RA resistência da tubulação e singularidades do ramal A (h^2/m^5)

Q vazão (m^3/h)

Os valores de HA são obtidos pela variação da vazão.

B) Curva B

Curva manométrica do Ramal B, construída através da Equação 27. Substituindo os valores conhecidos tem-se a Equação 29.

$$HB = ZB + RB.Q^2 \quad (29)$$

Sendo:

HB altura manométrica do ramal B (mca)

ZB altura geométrica do nível do tanque superior em relação ao nível do tanque inferior (Referência) (m)

RB resistência da tubulação e singularidades do ramal B (h^2/m^5)

Q vazão (m^3/h)

Os valores de HB são obtidos pela variação da vazão.

C) Curva D

Curva manométrica do Ramal D (constituído do Ramal de sucção e do Ramal de recalque da bomba, conforme descrito anteriormente), construída através da Equação 27. Substituindo os valores conhecidos tem-se a Equação 30.

$$HD = RD.Q^2 \quad (30)$$

Sendo:

HD altura manométrica do ramal D (mca)

RD resistência da tubulação e singularidades do ramal D (soma da resistência do ramal de sucção e da resistência do ramal de recalque da bomba) (h^2/m^5)

Q vazão (m^3/h)

Os valores de HD são obtidos pela variação da vazão.

D) Curva Hb

A curva Hb é a curva característica da bomba. Conforme item 2.4.3 e 2.4.4 é construída através da equação 18 (fornecida pelo fabricante ou determinada experimentalmente ou, ainda ajustada através de uma série de pontos mediante os processos descritos).

$$Hb = a + b*Q + c*Q^2 \quad (31)$$

E) Curva Hb*

A curva Hb*, curva corrigida da bomba, é obtida subtraindo, a uma determinada vazão, da altura manométrica da bomba, a perda de carga do ramal D.

$$Hb^* = Hb - HD \quad (32)$$

D) Curva A + B

Os sistemas de tubos ramificados são o resultado de duas ou mais tubulações que convergem em uma junção. Esses sistemas devem satisfazer simultaneamente a duas condições básicas: (1) o volume total de fluido transportado pelos tubos até a junção deve ser sempre igual àquele transportado a partir da junção pelos outros tubos (conservação da massa) e (2) todos os

tubos que se encontram na junção devem compartilhar do mesmo nível de energia na junção (conservação da energia). Quando os dois tubos (Ramal A e Ramal B) são considerados juntos como um único sistema, a curva de altura manométrica do sistema combinado (curva A+B) pode ser obtida somando-se as taxas de fluxo (abcissa) das curvas de altura manométrica dos sistemas individuais para cada valor de altura. Expressando matematicamente, tem-se as equações 33 e 34.

$$H(A+B)=HA=HB \quad \text{(Princípio da Conservação de Energia)} \tag{33}$$

$$Q(A+B)=QA+QB \quad \text{(Princípio da Conservação da Massa)} \tag{34}$$

Com a utilização de uma série de pares de valores, vazão Q(A + B) e altura manométrica H(A + B), obtêm-se a curva A + B, curva do sistema, conforme figura 14.

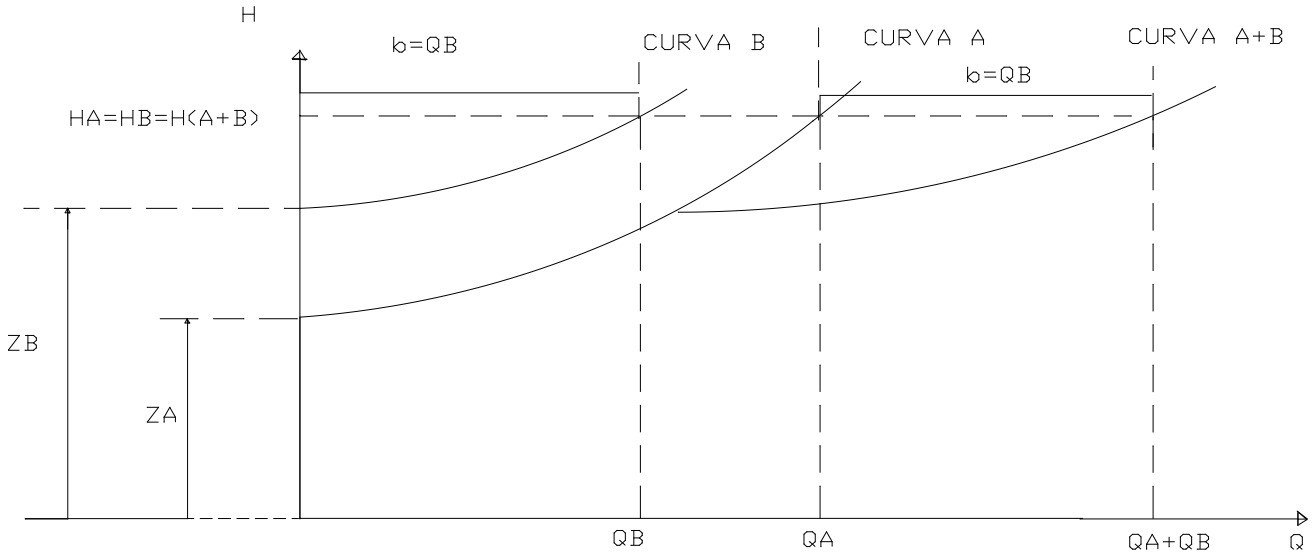


Figura 14 - Construção da curva do sistema-curva A+B

Na Figura 15 tem-se a curva corrigida da bomba Hb* que é superposta à curva do sistema, curva A+B, para determinação do ponto de intersecção P e, através dele, a vazão de funcionamento do sistema QA + QB.

Plotando uma reta horizontal pelo ponto P, determinamos os pontos de intersecção com as curvas A e B, pontos das vazões nos ramais A e B, respectivamente. Pela intersecção da

reta vertical traçada pelo ponto de vazão do sistema QA + QB e a curva da bomba, ponto P', traça-se uma reta horizontal, para determinação da altura manométrica da bomba.

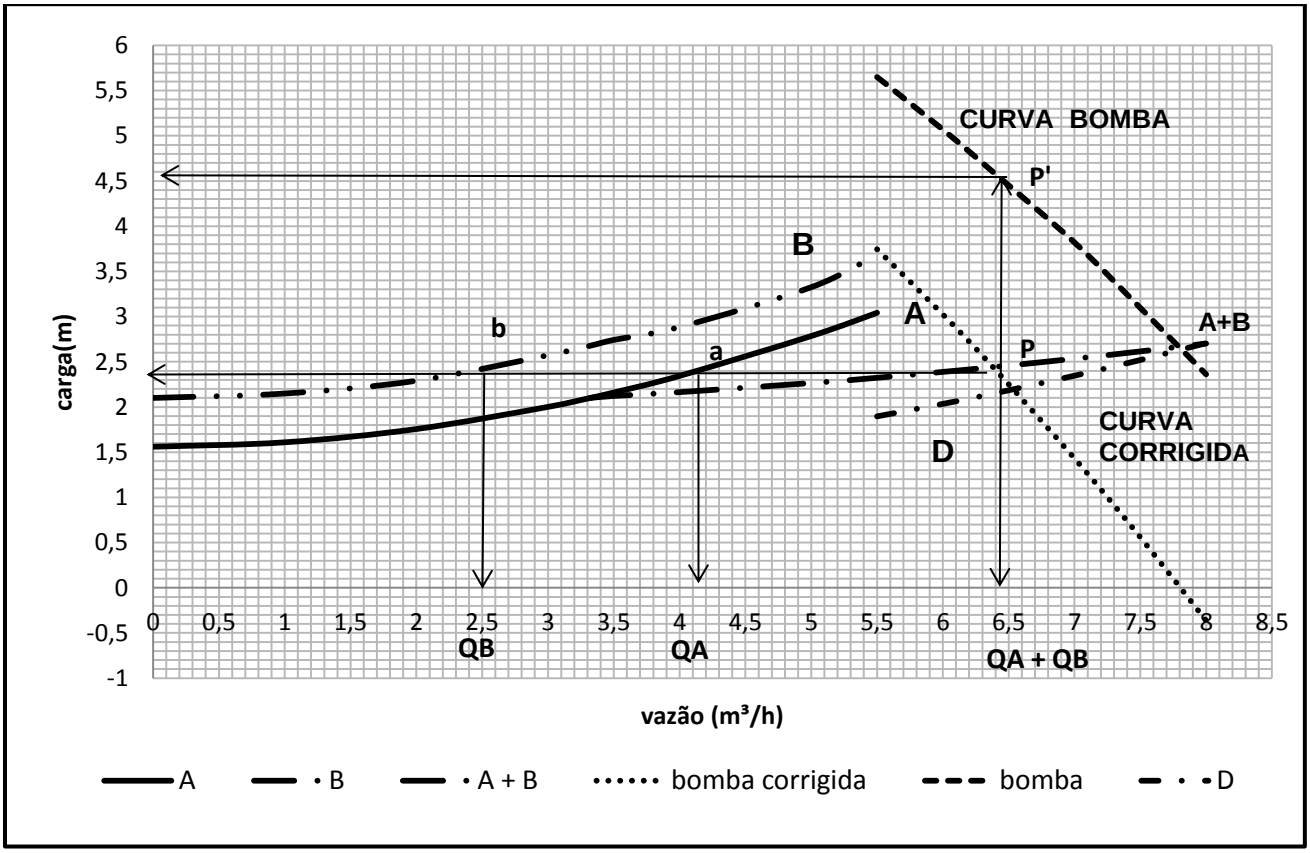


Figura 15 - Determinação do ponto operação da bomba pelo método gráfico

2.4.9.2. Método computacional EPANET

O *software* EPANET para a determinação do ponto de operação de uma bomba é uma iniciativa do Laboratório de Eficiência Energética e Hidráulica em Saneamento (LENHS), pertencente à Universidade Federal da Paraíba (UFPB).

O *EPANET* é indiscutivelmente, segundo o LENHS, o programa de modelagem hidráulica mais empregado no mundo. É um programa disponibilizado gratuitamente e foi elaborado pela *U.S. Environmental Protection Agency* (EPA), agência estatal norte-americana encarregada pelo Congresso dos Estados Unidos da América de proteger seus recursos naturais. O *EPANET* é um modelo automatizado de simulação que permite modelar o comportamento hidráulico e de qualidade da água de um sistema de distribuição sujeito a diversas condições operacionais. O arquivo de instalação da versão brasileira do EPANET

2.0 e o seu respectivo Manual estão disponibilizado para *download* no endereço www.lenhs.ct.ufpb.br.

Os dados de entrada exigidos pelo *software*:

- Diâmetros, rugosidades e comprimentos das tubulações;
- Coeficientes de perda de carga das singularidades;
- Curvas das bombas (ou vazões e cargas);
- Níveis dos reservatórios;
- Posicionamento dos nós (união entre tubulações e/ou equipamentos).

2.5. Discussão da revisão bibliográfica

A resolução de uma rede de tubos por sistemas algébricos baseia-se na resolução de um sistema de equações escritas para satisfazer os princípios da conservação da massa e da conservação da energia. Grande parte dessas equações é não linear e a solução de sistemas não lineares é obtida por métodos numéricos (LAROCK, JEPPSON e WATTERS, 2000).

Para o caso da rede ramificada objeto do presente trabalho, um sistema não linear simples, o sistema tradicional de solução é o sistema gráfico. A literatura apresenta diversas construções de sistemas gráficos (HOUGHTALEN, HWANG e AKAN, 2013), (KARASSIK *et al*., 2011), (LUDWIG, 1994), (LENCASTRE, 1983) e (PORTO, 2006).

A solução por sistemas iterativos é adotada por TALWAR, 1988, ALHO e ARAUJO, 1998, SANTANA, *et al.*, 2003 e LAROCK, JEPPSON e WATTERS, 2000. Observa-se que são, muitas vezes, métodos complexos, que demandam tempo, conduzem a soluções aproximadas e, em alguns casos, resolvidas somente através de computador.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. Equipamentos e acessórios

A unidade experimental de bombeamento de redes ramificadas utilizada para a realização dos ensaios é mostrada esquematicamente na Figura 16.

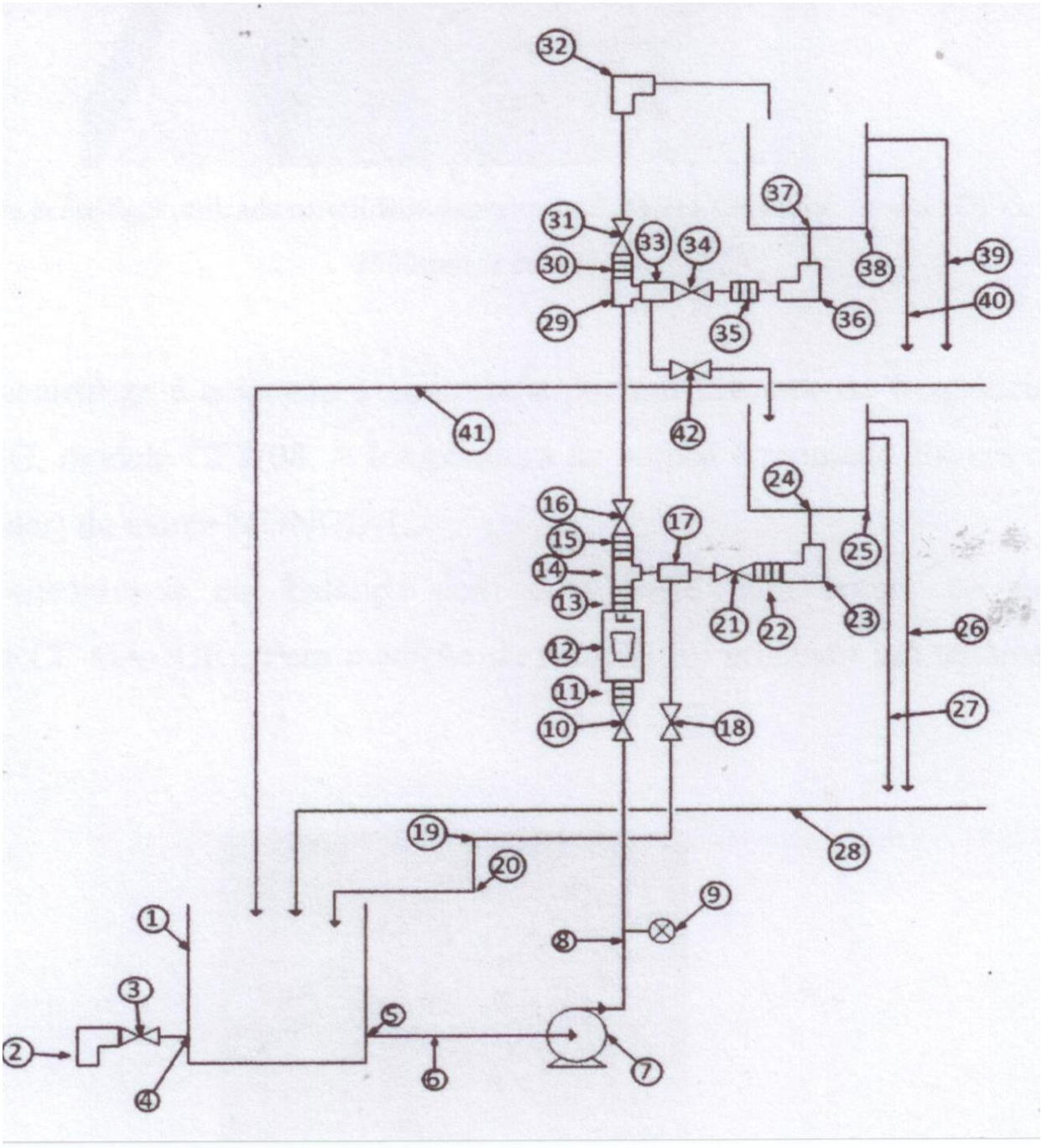


Figura 16 - Esboço da unidade experimental

Legenda da Figura 16:

1) tanque inferior; 2) joelho 90°; 3) válvula de gaveta; 4) e 5) saídas do tanque inferior; 6) trecho reto de tubulação da sucção da bomba; 7) bomba centrífuga com variador de velocidade; 8) trecho reto de tubulação do recalque da bomba; 9) manômetro; 10) válvula de gaveta; 11) união; 12) rotâmetro; 13) união; 14) tê saída bilateral; 15) união; 16) válvula de gaveta; 17) tê passagem reta; 18) válvula de gaveta; 19) e 20) joelho 90°; 21) válvula de gaveta; 22) união; 23) joelho 90°; 24) entrada do tanque intermediário; 25) tanque intermediário; 26) e 27) drenagem do tanque intermediário; 28) calha; 29) tê 90°; 30) união; 31) válvula de gaveta; 32) joelho 90°; 33) tê passagem reta; 34) válvula de gaveta; 35) união; 36) joelho 90°; 37) entrada do tanque superior; 38) tanque superior; 39) e 40) drenagem do tanque superior; 41) calha; 42) válvula de gaveta.

A unidade representada na Figura 16 foi construída com um tanque (1) de acrílico e dimensões 500 x 500 x 650 mm, volume de 162,5 L, com saída na lateral inferior (5) para a sucção da bomba por um tubo (6) com 38,6 mm de diâmetro interno. Foi utilizado um conjunto moto-bomba (7) Grundfos, modelo DF-6 de 3500 rpm com potência de 2 cv. Na descarga da bomba (8) a 1,10 m de altura foi instalado um tanque (25) com dimensões 450 x 400 x 400 mm, volume de 72 L, que recebe o recalque da bomba pelo fundo. Toda a tubulação de descarga é de 27 mm de diâmetro interno. Na lateral do tanque (25) foi instalada a conexão de saída (26) e (27) para manter o nível do líquido constante durante todo o experimento. O tanque (38) com as mesmas dimensões do (25), foi instalado a meio metro acima do tanque (25) possuindo também entrada pelo fundo (37) e saída pela lateral (39) e (40). As saídas laterais dos dois tanques (25) e (38) foram direcionadas para o tanque (1) através de calhas individuais (28) e (41), como reciclo, formando um sistema fechado. A medição do retorno do fluido de cada calha, pela técnica massa por tempo, permitiu obter a vazão em cada uma das ramificações. A Figura 17 mostra a foto da unidade experimental instalada no laboratório de operações unitárias da Universidade Santa Cecília (UNISANTA).

.

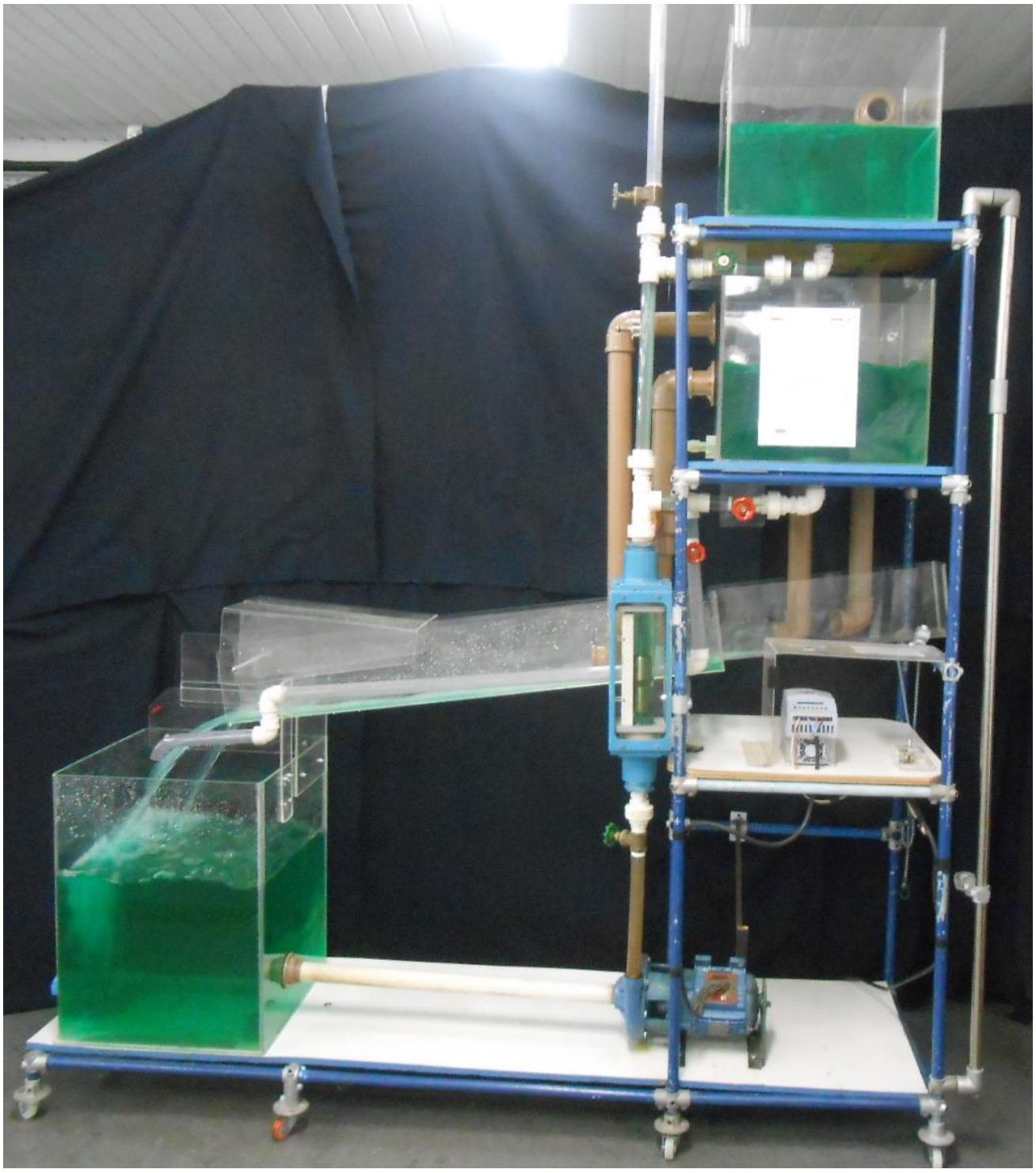


Figura 17 - Sistema de bombeamento em redes ramificadas em funcionamento

A Figura 18 fornece um esboço da unidade experimental

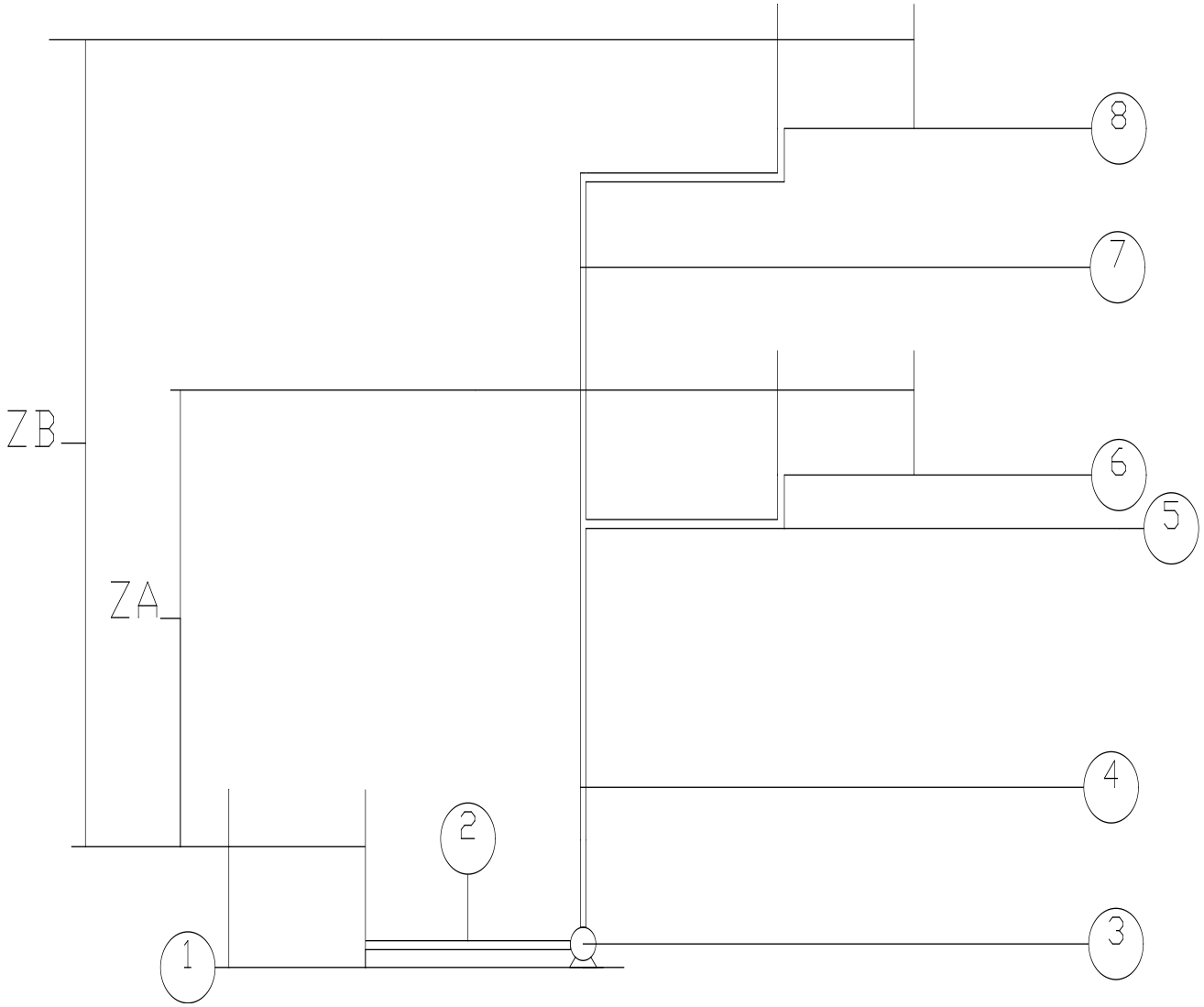


Figura 18 - Esboço da bancada experimental com a nomenclatura para os cálculos. 1- Tanque inferior; 2- Tubulação e acessórios de sucção, da saída do tanque inferior até a entrada da bomba; 3- Bomba; 4- Tubulação e acessórios de recalque, da saída da bomba até a bifurcação; 5- Ramal A, tubulação e acessórios da bifurcação até a entrada do tanque intermediário; 6- Tanque intermediário; 7- Ramal B, tubulação e acessórios da bifurcação até a entrada do tanque superior; 8- Tanque superior. A cota ZA é medida do nível do líquido do tanque inferior até o nível do líquido no tanque intermediário e a cota ZB é medida do nível do líquido do tanque inferior até o nível do tanque superior.

3.2. Procedimento experimental

3.2.1. Curva experimental da bomba

A construção da curva experimental da bomba foi obtida na unidade de bancada mostrada na Figura 16. No retorno do fluido pela calha (28), mediu-se a vazão pela técnica massa por unidade de tempo. A pressão de saída da bomba foi verificada através do manômetro (9). A rotação foi mantida constante, através do variador de velocidade, em 1112 rotações por minuto, e o controle de vazão foi efetuado pelo fechamento da válvula de gaveta (10) no recalque da bomba.

Foram realizadas medidas para 4 diferentes vazões e suas respectivas pressões. Para cada vazão estudada foram obtidas 3 coletas de dados e realizada a média, totalizando um conjunto de 12 experimentos.

3.2.2. Ponto de operação do sistema ramificado

O ponto de operação do sistema em estudo foi verificado, mantendo-se a rotação da bomba no valor de 1112 rotações por minuto. Abrindo-se totalmente as válvulas (10) e (34) para os tanques intermediário (25) e superior (38), respectivamente. As vazões de retorno pelas calhas foram medidas, pela técnica massa por unidade de tempo, e somadas, obtendo a vazão total do sistema. A pressão foi medida com manômetro conforme Figura 19 (um manômetro de calibração).

Figura 19 - Esquema de medição com manômetro

Mediram-se os níveis da coluna de água dos tanques intermediário (25) e superior (38), tomando como referência o nível do tanque inferior (1), cotas ZA e ZB, conforme esboço na Figura 18.

3.3. Método algébrico

O método algébrico utiliza o mesmo princípio teórico do sistema gráfico, a diferença é que no método gráfico obtêm-se valores de vazão e altura manométrica para plotar a curva do sistema A+B e no algébrico obtêm-se valores para determinação da equação do sistema, equação H(A+B). No item 2.4.9.1 (método gráfico tradicional) são desenvolvidas as equações manométricas indicadas resumidamente na tabela 3.

Tabela 3 - Equações das curvas

CURVAS	EQUAÇÕES
A	**HA=ZA+RA*Q² (28)**
B	**HB=ZB+RB*Q² (29)**
D	**HD=RD*Q² (30)**
BOMBA	**Hb=a*Q²+bQ+c (31)**
BOMBA CORRIGIDA	**Hb*=Hb-HD (32)**

A curva A+B pode ser aproximada a uma equação polinomial, equação 35 (MUZYCHKA, 2013).

$$H(A+B) = a_0 + a_1.Q + a_2.Q^2 + \ldots + a_n.Q^n \quad (35)$$

Para pequenas variações de Q, a equação 35 pode ser simplificada para uma equação similar à equação manométrica de sistemas simples de recalque (equação 27), equação 36 (PORTO, 2006).

$$H(A+B) = a_0 + a_2.Q^2 \quad (36)$$

Os coeficientes a_0 e a_2 podem ser determinados, de um modo simples e rápido, pela substituição de dois pares de valores correspondentes da curva A+B, de vazão e altura manométrica, na equação 36. No Apêndice A descreve-se o método dos mínimos quadrados, um método utilizado quando se deseja uma equação com menores desvios.

Utilizando-se de um menor truncamento da equação 35, obtêm-se uma curva com menor desvio, mas uma maior quantidade de coeficientes a_n a serem determinados.

Resolvendo o sistema de equações constituído pela equação da curva corrigida da bomba 32 e a equação da curva do sistema 36, determina-se a vazão do ponto de funcionamento e a altura manométrica utilizada para obter, através das equações 28 e 29, as vazões nos Ramais A e B. A altura manométrica da bomba no ponto de funcionamento é determinada substituindo a vazão do ponto de funcionamento na equação da bomba 31.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1. Dados da unidade experimental

Os dados coletados na unidade experimental são mostrados na tabela 4 (Um esboço com a localização dos pontos medidos foi apresentado na Figura 18).

Tabela 4 - Dados coletados na unidade experimental

	RAMAL A	RAMAL B	RAMAL D	
			SUCÇÃO	RECALQUE
COTA Z (m)	1,35	1,73	0	0
COMPRIMENTO L (m)	0,08	0,486	0,795	0,3
DIÂMETRO D (m)	0,027	0,027	0,0386	0,027
FATOR PERDA LOCALIZADA K	4	4,6	2	1,2
FATOR DE ATRITO f	0,022	0,027	0,022	0,022
RUGOSIDADE ε (mm)	0,015	0,015	0,015	0,015
RESISTÊNCIA R	0,0488	0,0598	0,0071	0,0173

Os cálculos da resistência dos ramais A, B e D são efetuados no Apêndice B

4.2. Equações das curvas manométricas A, B e D.

Obtêm-se as curvas de altura manométricas A, B, e D, tabela 5, através das equações construídas com os dados da tabela 4 e as equações da tabela 3.

Tabela 5 - Equações das curvas da unidade experimental

CURVAS	EQUAÇÕES
A	$HA=1,35+0,0488*Q^2$ (37)
B	$HB=1,73+0,0598*Q^2$ (38)
D	$HD=0,0244*Q^2$ (39)

4.3. Dados experimentais da bomba, equação da curva da bomba e equação da curva da bomba corrigida.

A equação da curva da bomba é obtida através dos dados experimentais, tabela 6, e os procedimentos descritos no item (2.4.3.)

Tabela 6 - Dados experimentais para a construção da equação da curva da bomba

EXPERIMENTO	PESO ÁGUA (Kg)	TEMPO (s)	VAZÃO (Kg/s)	VAZÃO (m^3/h)*	VAZÃO MÉDIA (m^3/h)	PRESSÃO (mca)
1	14,84	16,90	0,878	3,167	3,16	2,25
	13,16	15,01	0,877	3,162		
	14,27	16,27	0,877	3,163		
2	13,62	20,56	0,662	2,385	2,40	2,50
	12,02	18,04	0,666	2,403		
	11,66	17,37	0,671	2,421		
3	12,77	38,79	0,329	1,187	1,17	3,0
	12,93	40,08	0,323	1,163		
	13,06	40,49	0,323	1,163		
4					0	3,26
	0					

(* massa específica da água a 20° C 998,2 Kg/m^3)

Equação da curva bomba $Hb = -0,0346*Q^2 - 0,22*Q + 3,27$ (40)

(Determinação da equação da curva da bomba por planilha eletrônica no Apêndice C).

A equação da bomba corrigida é obtida através da equação 32.

Equação da curva da bomba corrigida $Hb^* = - 0,0578*Q^2 - 0,22*Q + 3,27$ (41)

4.4. Ponto de operação experimental

O ponto de operação foi obtido experimentalmente e são mostrados na tabela 7.

Tabela 7 - Dados experimentais para a determinação do ponto de operação da bomba

	PESO ÁGUA (Kg)	TEMPO (s)	VAZÃO (Kg/s)	VAZÃO (m^3/h)	VAZÃO MÉDIA (m^3/h)	PRESSÃO (mca)
TANQUE INFERIOR	12,32	15,625	0,788	2,843	2,698	2,0
	11,52	15,755	0,731	2,637		
	11,74	16,185	0,725	2,616		
TANQUE SUPERIOR	11,38	34,61	0,329	1,186	1,189	
	13,24	40,385	0,328	1,182		
	12,32	37,065	0,332	1,199		

4.5. Desenvolvimento gráfico

Os dados para a construção do gráfico de vazão (Q) em função da carga (H), tabela 8, são determinados com as equações da tabela 5 (equações 37, 38 e 39) e as equações da bomba e da bomba corrigida, equações 40 e 41, respectivamente.

Tabela 8 - Valores correspondentes de vazão em função da carga

Q(m³/h)	HA(m)	HB(m)	HD(m)	Hb(m)	Hb*(m)
0	1,35	1,73	0	3,27	3,27
1	1,4	1,79	0,02	3,02	2,99
2	1,54	1,96	0,1	2,69	2,6
3	1,79	2,26	0,21	2,3	2,09
4	2,13	2,67	0,37	1,84	1,47

A curva A+B é plotada a partir das equações 37 e 38. Basta fixar um valor de H(A+B) = HA = HB e somar as respectivas vazões (Q(A+B) = QA + QB). Repetindo para vários valores correspondentes de vazão e altura manométrica têm-se a curva A + B, conforme tabela 9.

Tabela 9 - Valores H(A+B) em função de Q(A+B)

H(A+B) (m)	QA (m³/h)	QB (m³/h)	Q(A+B) (m³/h)
1,73	2,8	0	2,8
1,74	2,83	0,41	3,24
1,75	2,87	0,58	3,45
1,76	2,9	0,72	3,62
1,77	2,94	0,83	3,77
1,78	2,97	0,92	3,89
1,79	3,01	1,01	4,02

Portanto, plotando os dados da tabela 8 e 9 tem-se o gráfico, figura 20, com o qual obtêm-se o ponto de operação da bomba (P’).

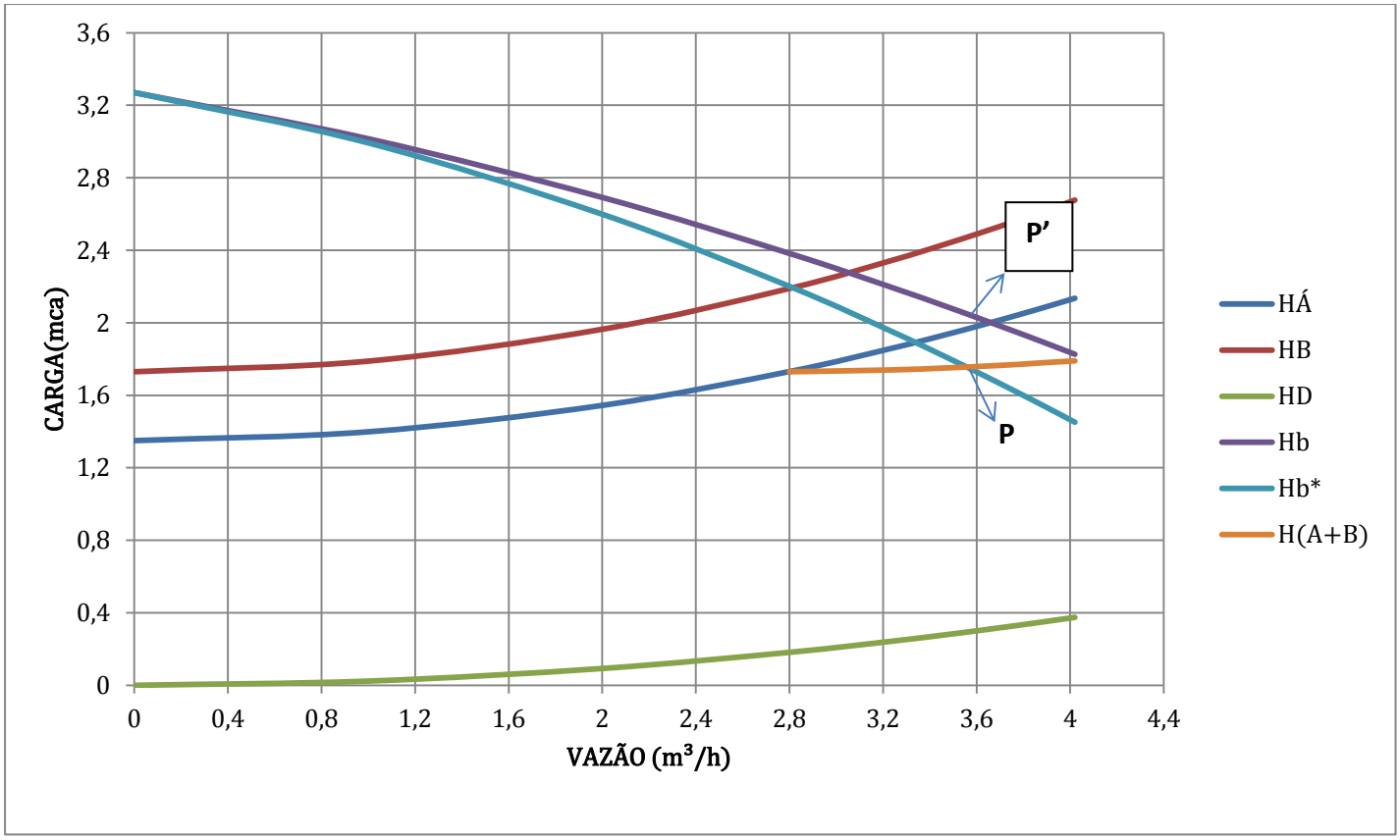


Figura 20 - Curvas de perdas de carga e ponto de operação da bomba

Pela Figura 20 obtém-se:

A) Vazão do sistema (QA+QB), igual a 3,55 m³/h
B) Pressão na bifurcação (P), igual a 1,77 mca
C) Vazão no ramal A (QA), igual a 2,95 m³/h
D) Vazão no ramal B (QB), igual a 0,7 m³/h
E) Pressão manométrica da bomba (P'), igual a 2,05 mca

4.6. Desenvolvimento computacional EPANET

Na Figura 20 visualiza-se o resultado do sistema computacional EPANET.

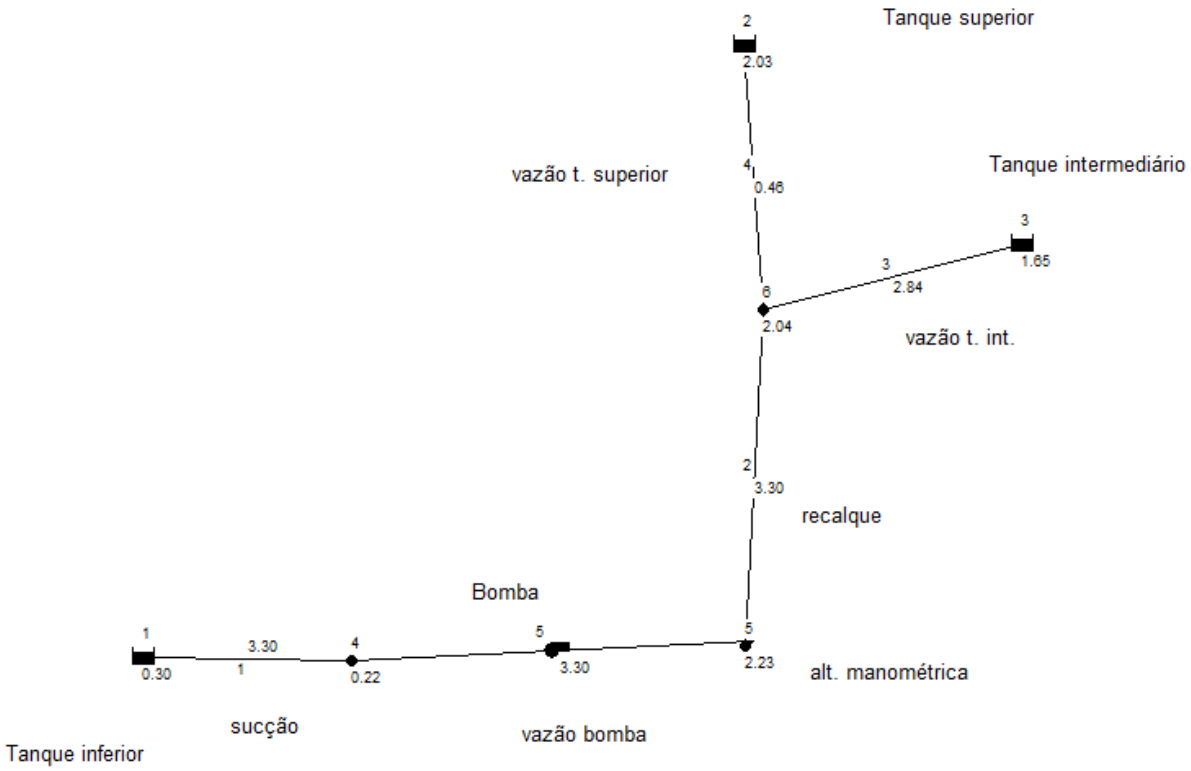


Figura 21 – Resultado do sistema EPANET

Componentes:

- Bomba
- Tanques inferior, intermediário e superior
- Tubulações: sucção, recalque, ramo A e ramo B

Dados entrada no Apêndice D.

Visualização: Vazões e carga

Vazão da bomba: 3,30 m³/h

Altura manométrica da bomba: 2,23 mca

Vazão para o tanque superior: 0,46 m³/h

Vazão para o tanque intermediário: 2,84 m³/h

4.7. Desenvolvimento algébrico

Utiliza-se do procedimento descrito no subitem 3.3. As equações das curvas A, B, D, da bomba e da bomba corrigida são determinadas nos subitens 4.2 e 4.3.

Determinação da equação simplificada da curva combinada A+B:

A) Tomam-se dois valores correspondentes de vazão e altura manométrica da Tabela 10, cópia da Tabela 9.

Tabela 10 - Vazão e altura manométrica da curva A+B

Valores correspondentes	H(A+B)=HA=HB	QA	QB	Q(A+B)
1	**1,73**	**2,8**	**0**	**2,8**
2	**1,75**	**2,869**	**0,584**	**3,453**
3	**1,8**	**3,043**	**1,093**	**4,136**
4	**1,85**	**3,208**	**1,431**	**4,639**
5	**1,9**	**3,364**	**1,703**	**5,07**

Selecionando os valores correspondentes 1 (H = 1,73; Q = 2,8) e 5 (H = 1,9; Q = 5,07) e substituindo na equação 36, obtêm-se a equação 42.

$$H(A+B) = 1,65 + 0,0095\ Q^2 \quad (42)$$

Resolve-se o sistema formado pelas equações 41 e 42:

$$Hb^* = -0,0578*Q^2 - 0,22*Q + 3,27 \text{ (equação da bomba corrigida)} \quad (41)$$

$$H(A+B) = 1,65 + 0,0095\ Q^2 \text{ (equação do sistema)} \quad (42)$$

Obtêm-se os resultados

Q = 3,55 m³/h

H = 1,77 mca

Com o valor de H = 1,77 mca e, utilizando-se das equações 36 e 37, obtêm-se os valores:

QA = 2,95 m³/h

QB = 0,84 m³/h

Com o valor de Q = 3,55 m³/h e, utilizando-se da equação 40, obtêm-se o valor:

H = 2,05 mca

4.8. Comparação dos resultados

A Tabela 11 apresenta uma comparação dos resultados obtidos pelos métodos utilizados.

Tabela 11 - Comparação dos resultados

		Método Gráfico		Método Epanet		Método Algébrico		Método Experimental
		valores	erro relativo	valores	erro relativo	valores	erro relativo	valores
Bomba	Q(m³/h)	3,55	9%	3,3	15,40%	3,55	9%	3,9
	H(mca)	2,05	2,50%	2,23	11,50%	2,05	2,50%	2
Bomba Corrigida	Q(m³/h)	3,55	9%	3,3	15,40%	3,55	9%	3,9
	H(mca)	1,77	X	2,04	X	1,77	X	X
Tanque Inferior	QA(m³/h)	2,95	9,30%	2,84	5,20%	2,95	9,30%	2,7
Tanque Superior	QB(m³/h)	0,7	42%	0,46	62%	0,84	30%	1,2

Considerando os valores experimentais como valores verdadeiros, para cada resultado, calculam-se os erros ou desvios relativos (razão entre o desvio absoluto e o valor verdadeiro).

Os valores obtidos pelos métodos algébrico e gráfico são próximos, pois são obtidos pelas mesmas equações. As diferenças são obtidas por erro de visualização e construção dos gráficos. O método computacional EPANET utiliza-se de processo iterativo e foi o que, para o experimento em questão, obteve os maiores desvios.

Para os dados de entrada utilizou-se de valores obtidos na literatura:

A) Constante de perda de carga singular K (Tabela 2)
B) Rugosidade da tubulação ε (Tabela 1)

Esses valores não representam os valores reais do experimento (para K, não é considerado as dimensões e os valores dos números de Reynolds).

Outros fatos observados no experimento:

A) A pequena diferença de nível entre os tanques intermediário e superior (0,38 m).
B) A curva do sistema, curva H(A+B) é praticamente horizontal (a perda de carga nos Ramais A e B são pequenas em função da variação da vazão).

Portanto, para qualquer diferença da curva real e a construída, tem-se grandes variações na medição da vazão.

5. CONCLUSÔES E SUGESTÕES

A realização do presente trabalho permitiu as seguintes conclusões:

A) O algoritmo proposto para determinação do ponto de operação de sistemas de bombeamento ramificados além de ter simples resolução apresentou desvios inferiores a 9% em relação aos valores experimentais da vazão.
B) Os resultados com o algoritmo fornecem exatidão de solução matemática.
C) O sistema gráfico requer que se tracem várias curvas, pelas quais os erros podem se acumular.
D) O método algébrico forneceu desvios menores que o sistema computacional EPANET (utiliza método iterativo).
E) O método algébrico tem como limite o tipo de bomba (limitado às bombas radiais) e o tipo de fluxo, que deve ser turbulento.

A fim de aperfeiçoar trabalhos futuros sobre o assunto da presente dissertação sugere-se:

A) Empregar um sistema de medição de pressão que utilize um piezômetro com mercúrio (com tomada de pressão na sucção e no recalque da bomba).

B) Aplicar valores obtidos experimentalmente (com correção de dimensão e do número de Reynolds) para a constante de perdas de carga singular (valores K da Tabela 2) e para os valores de rugosidade de tubulações (valor ε da Tabela 1).

C) Realizar o experimento com desnível maior entre os tanques e tubulações gerando maiores perdas de carga, facilitando assim a obtenção de medidas.

D) Desenvolver um sistema computacional utilizando o algoritmo.

E) Ampliar o estudo para outros sistemas semelhantes, tais como bombas em desnível trabalhando em paralelo.

F) Estudar os desvios devido ao truncamento da equação do sistema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1- AHMAD, S. H.; KARASKIEWICZ, K. J.; JEDRAL, W. A. Dimensionless Characteristics Of Pumps With Specific Speeds n_q=20…80. ASME vol 124, 546-550, - june 2002.

2- ALHO, A. T. P.; ARAÚJO, N. A. Metodologia Aplicada à Analise da Operação de Sistemas de Bombeamento Multiramificados. 17º Congresso de Construção e Transporte Marítimo e Offshore – RJ – 1998.

3- ALÈ, J. A. V. Sistemas Fluidomecânicos, PUCRS, 2011. Disponível em: http://www.feng.pucrs.br/lsfm/SistFlumec/Sistemas-Fluidomec/APOSTILA%20SISTEMAS%20DE%20BOMBEAMENTO%20(2011).pdf. Acesso em 08/09/2012

4- ANDRADE, L.; CARVALHO, J.A. Desenvolvimento de Software para Dimensionamento de Sistemas de Recalque. Revista Brasileira de Agrocomputação, V1, N1, p 22-29, jun 2001.

5- AZEVEDO NETO, J.M. Manual de Hidráulica. Editora Edgard Blucher Ltda – 1973.

6- BAPTISTA, M.; LARA, M. Fundamentos de Engenharia Hidráulica. Editora UFMG - 2010

7- CRUZ, B.DA. Pump Characteristcs and ISO Efficiency Curves. IDC Technologies – Conference 2009.

8- ÇENCEL, Y.A.; CIMBALA, J.M. Mecânica dos Fluidos. McGraw-Hill - 2007

9- EPANET 2.0. Manual do usuário. Laboratório de Eficiência Energética e Hidráulica em Saneamento – UFPB - 2009

10- FARIVAR, D. J.; GREENWOOD, M.; SOLTANI, S. Saving Energy in Parallel Variable-Speed centrifugal Pumps Operation. 33rd IAHR Congress-2009.

11- GOMIDE, R. Operações com fluidos. Edição do autor – São Paulo – 1993

12- HOUGHTALEN, R. J.; HWANG, N. H. C.; AKAN, A. O. Engenharia Hidráulica – PARSON – SP - 2013

13- HYDRAULIC INSTITUTE. Disponível em: http://www.pumps.org/. Acesso em 08/09/2012

14- JARDIM, S. B. Sistemas de Bombeamento. SACRA-DC Luzzatto Editores – Porto Alegre – 1992

15- KARASSIK, I. J. et al. Pump Handbook – McGran-Hill Book Company – 2011.

16- LAROCK, B. E.; JEPPSON, R. W. e WALTTERS, G. Z. Hydraulics of Pipeline Systems – CRC Press LLC – 2000 - USA

17- LENCASTRE, A. Hidráulica Geral – Hidroprojetos – Liboa – 1983

18- LUDWIG, E. E. Applied Process Design for Chemical and Petrochimical Plants – Gulf Publishing Company – Texas – 1994.

19- MARTÌNEZ, J. M. Sistemas de Bombeo – Ingeniería Técnica Naval – octubre 2006. Disponível em: http://rodin.uca.es:8081/xmlui/bitstream/handle/10498/6397/b33285779.pdf?sequence=3. Acesso em 08/09/2012.

20- MESQUITA, A.L.A. et al. Aspectos Importantes na Utilização de Bombas Centrífugas em Velocidade Variável para Redução do Consumo de Energia. VI SEREA – João Pessoa – junho 2006

21- MOODY, L.F. – Trans. Of the A.S.M.E. - 1944

22- MORAES JUNIOR, D.; SILVA, E. L.; MORAES, M. S. Aplicações Industriais. Estática e Dinâmica dos Fluídos – 2011.

23- MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H. Editora Edgard Blucher – 2004

24- MUZYCHKA, Dr.Y. S. Turbomachinery –Chapter 4. Disponível em: http://nkumbwa.weebly.com/uploads/3/7/1/6/3716285/turbomachinery_performance.pdf Acesso em 01/06/2013

25- PEREIRA, F. N. Determinação Experimental da Curva do Sistema e da Potência Consumida em Unidade de Bombeamento Alimentando dois Tanques em Desnível com Fluídos Diferentes. Tese (Mestrado). UNICAMP. nov 2011.

26- PLANO NACIONAL de EFICIÊNCIA ENERGÉTICA. Premissas e Diretrizes Básicas. Ministério de Minas Energia. 18-10-2011

27- PORTO, R. M. Hidráulica Básica. Publicações EESC-USP. São Carlos. 2006

28- PUMPS & PUMPING SYSTEMS. Energy Efficiency Guide for Industry in Asia. UNEP 2006

29- SANTANA, C.W.S.*et al.* Automatização de um método gráfico para associação de bombas em malhas de dutos para escoamento de petróleo. 2º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo&Gás. Rio deJaneiro 15 a 18 junho de 2003

30- SANTOS, W.L.

Desenvolvimento de uma Metodologia para Representação Análitica de Curvas Características de Bombas Hidraúlicas, Visando sua Seleção, seu Dimensionamento e sua simulação de sua Operação. Tese (Doutoramento). Universidade Federal de Viçosa. MG. 2001

31- SCALOPPI, E.J. Representação Analítica de Curvas de Desempenho de Bombas Hidráulicas por Splines Cúbicas. XXVII Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola. Poços de Caldas. 1998

32- TABER, G. Improving Pump Efficiency. HPAC Engineering – april 2011

33- TALWAR, M. Análisis de circuitos de bombas centrífugas. Bombas Selección, uso y mantenimiento. McGran-Hill. 1988. Madrid.

34- TSUTIYA, M.T. Redução do custo de energia elétrica em estações elevatórias de água e esgoto. 19º Congresso Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental. VIII-003.1997

35- U. S. DEPARTMENT of ENERGY. Energy Efficient and Renewable Energy Industrial Technologies Program. Variable Speed Pumping. May 2004

36- WHITESIDES, R.W. Selecting a centrifugal Pump by System Analysis. PHD course M218. 5272 Meadow Estate. Fairfax. Virginia. USA. 2008.

37- YIN, T. Modeling and Control of Pumping Stations and Equalization Basins. Thesis for Degree Master of Science. Rice University. 1992. Houston. Texas.

38- ZHANG, H.; XIA, X.; ZHANG, J. Optimal Sizing and Operation of Pumping to Achieve Energy Efficiency and Load Shiting. Electric Power Systems Research (2011),doi:10.1016/j.epsr.2011.12.002. ELSEVIER

APÊNDICE A - Método dos mínimos quadrados.

Suponha que seja realizado um conjunto de medidas de uma mesma quantidade física. Se essas medidas estão sujeitas apenas a erros aleatórios, então o valor mais provável da quantidade medida é aquela que torna a soma dos quadrados dos erros um mínimo.

Assim, segundo o método dos mínimos quadrados o valor esperado para a grandeza H a partir de N medidas h_i, é aquele que minimiza a soma dos quadrados das diferenças entre H e h_i , isto é, D = ∑(H - h_i) deve ser mínimo.

Seja a relação H = X + Y*Q² . Aplicando o método a este caso, tem-se:

$$X = \frac{\sum H}{N} - T\frac{\sum Q^2}{N}$$

$$Y = \frac{N\sum Q^2 H - \sum Q^2 \sum H}{N\sum Q^4 - (\sum Q^2)^2}$$

Seja a sequência de valores de H(A + B), Tabela A1, cópia da Tabela 10:

Tabela A1

Valores	H(A+B)=HA=HB	QA	QB	Q(A+B)
1	1,73	2,8	0	2,8
2	1,75	2,869	0,584	3,453
3	1,8	3,043	1,093	4,136
4	1,85	3,208	1,431	4,639
5	1,9	3,364	1,703	5,07

Tem-se na Tabela A2 os cálculos dos coeficientes.

Tabela A2

	H	Q²	HQ²	(Q²)²
1	1,73	7,84	13,56	61,47
2	1,75	11,92	20,86	142,16
3	1,8	17,11	30,8	292,63
4	1,85	21,52	39,81	463,12
5	1,9	25,7	48,83	660,74
∑	9,03	84,095	153,86	1620,1

Tem-se X = 1,65 e Y = 0,00965 e a equação H(A + B) = 1,65 + 0,00965 Q²

APÊNDICE B - Cálculos das resistências nos ramais da unidade experimental

B. 1 - Ramal A

ZA = 1,35 m; L = 0,08 m; D = 27 mm; Material PVC; rugosidade ε = 0,015 mm (Tabela 1); número de Reynolds para uma velocidade do fluido de V = 1,31 m/s, Re = 44.000,00;

Cálculo do coeficiente de atrito através da equação 9: f = 0,0228 (Observar que para Q = 1 m³/h, V = 0,485 m/s, Re = 16.333 e f = 0,0284; para Q = 2 m³/h, V = 0,97 m/s, Re = 32.667 e f = 0,0246; para Q = 3 m³/h, V = 1,46 m/s, Re = 49.000 e f = 0,0232).

Cálculo do coeficiente de perda de carga singular (Tabela 2):

ACESSÓRIO	QUANTIDADE	K	TOTAL
Tê saída de lado	**1**	**1,3**	**1,3**
Tê passagem direta	**1**	**0,6**	**0,6**
Válvula de gaveta	**1**	**0,2**	**0,2**
Joelho	**1**	**0,9**	**0,9**
Saída de canalização	**1**	**1**	**1**
Tê passagem direta	**0**	**0,6**	**0**
Total geral			**4,0**

Cálculo da resistência através da equação 27: RA =0,0488.

B. 2 - Ramal B

ZB = 1,73 m; L = 0,478 m; D = 27 mm; Material PVC; rugosidade ε = 0,015 mm (Tabela 1); número de Reynolds para uma velocidade do fluido de V = 0,582 m/s, Re = 20.000,00;

Cálculo do coeficiente de atrito através da equação 9: f = 0,027.

Cálculo do coeficiente de perda de carga singular (Tabela 2):

ACESSÓRIO	QUANTIDADE	K	TOTAL
Tê saída de lado	**1**	**1,3**	**1,3**
Tê passagem direta	**1**	**0,6**	**0,6**
Válvula de gaveta	**1**	**0,2**	**0,2**
Joelho	**1**	**0,9**	**0,9**
Saída de canalização	**1**	**1**	**1**
Tê passagem direta	**1**	**0,6**	**0,6**
Total geral			**4,6**

Cálculo da resistência através da equação 27: RB =0,0598.

B. 3 - Ramal D – sucção da bomba

ZB = 0 m; L = 0,795 m; D = 38,6 mm; Material PVC; rugosidade ε = 0,015 mm (Tabela 1); número de Reynolds para uma velocidade do fluido de V = 0,926 m/s, Re = 44.000,00;

Calculo do coeficiente de atrito através da equação 9: f = 0,022.

Cálculo do coeficiente de perda de carga singular (Tabela 2):

ACESSÓRIO	QUANTIDADE	K	TOTAL
Entrada de borda	**1**	**1**	**1**
Tê passagem direta	**0**	**0,6**	**0**
Válvula de gaveta	**0**	**0,2**	**0**
Joelho	**0**	**0,9**	**0**
Saída de canalização	**1**	**1**	**1**
Tê passagem direta	**0**	**0,6**	**0**
Total geral			**2**

Cálculo da resistência através da equação 27: RDsucção =0,071.

B. 4 - Ramal D – recalque da bomba

ZB = 0 m; L = 0,3 m; D = 27 mm; Material PVC; rugosidade ε = 0,015 mm (Tabela 1); número de Reynolds para uma velocidade do fluido de V = 1,892 m/s Re = 63.000,00;

Calculo do coeficiente de atrito através da equação 9: f = 0,022.

Cálculo do coeficiente de perda de carga singular (Tabela 2):

ACESSÓRIO	QUANTIDADE	K	TOTAL
Entrada de borda	**1**	**1**	**1**
Tê passagem direta	**0**	**0,6**	**0**
Válvula de gaveta	**1**	**0,2**	**0,2**
Joelho	**0**	**0,9**	**0**
Saída de canalização	**0**	**1**	**0**
Tê passagem direta	**0**	**0,6**	**0**
Total geral			**1,2**

Cálculo da resistência através da equação 27: RDrecalque =0,0173.

Cálculo da resistência total no Ramal D: RD = 0,024

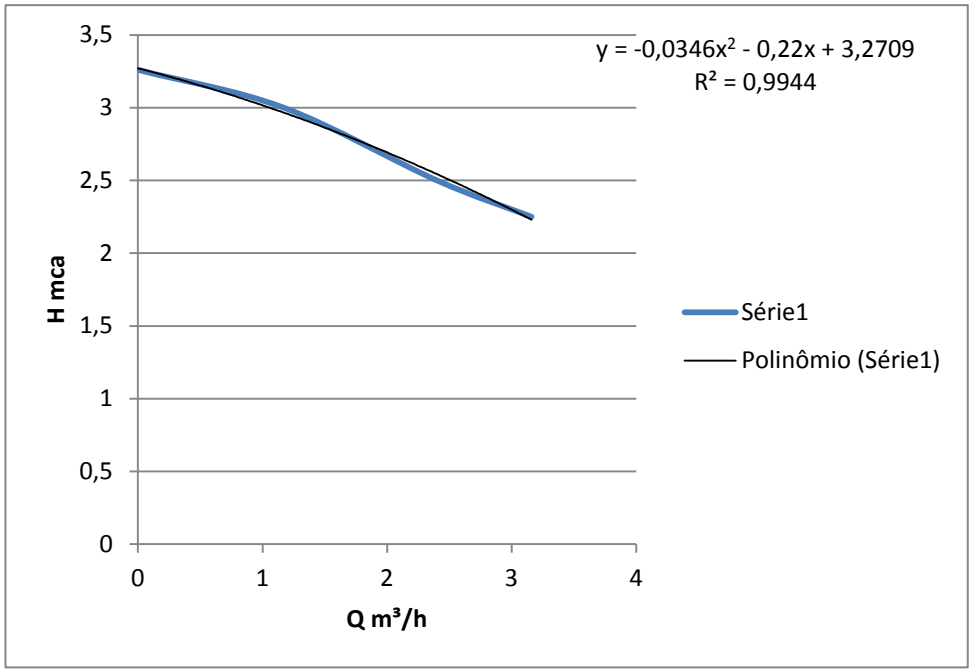
B. 5 - Resumo dos cálculos:

	ramo D		ramo A	ramo B
	sucção da bomba	recalque da bomba		
comprimento L (m)	0,795	0,3	0,08	0,478
diâmetro D (mm)	38,6	27	27	27
material / rugosidade ε (mm)	PVC / 0,015	PVC / 0,015	PVC / 0,015	PVC / 0,015
vazão experimental Q (m^3/h)	3,9	3,9	2,7	1,2
velocidade V (m/s)	0,926	1,892	1,31	0,582
numero de Reynolds Re	44.000	63.000	44.000	20.000
coeficiente de atrito f	0,022	0,022	0,022	0,027
coeficiente de perda de carga singular	2	1,2	4	4,6
resistência parcial R	0,007	0,017	0,0489	0,0586
resistência total R	0,024		0,0489	0,0586

APÊNDICE C - Determinação da equação da bomba da bancada experimental através de planilha eletrônica (EXECEL).

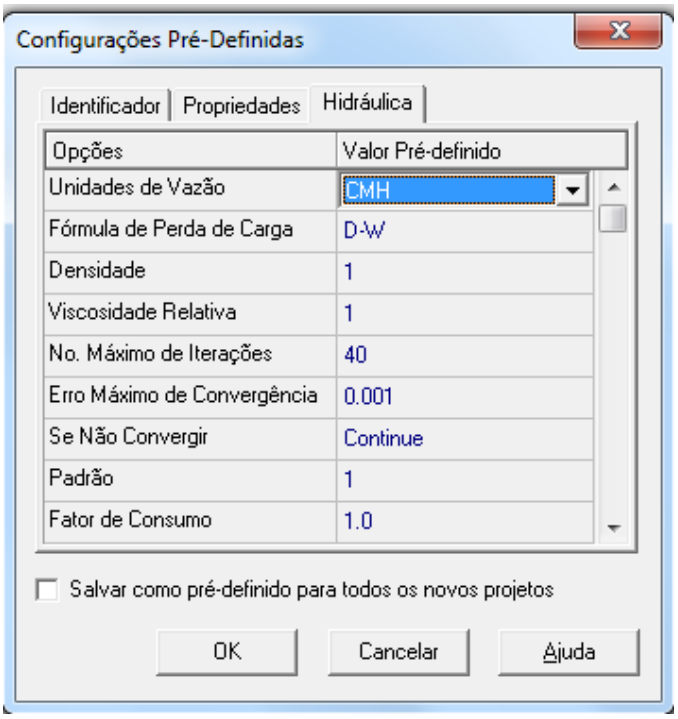
Q m^3/h	H mca

3,16	**2,25**
2,4	**2,5**
1,17	**3**
0	**3,26**

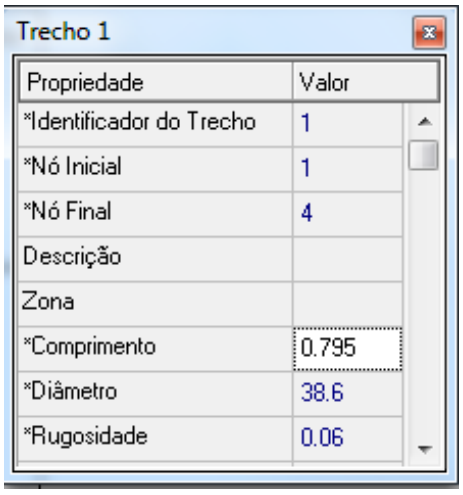


APÊNDICE D - Dados de entrada do programa EPANET.

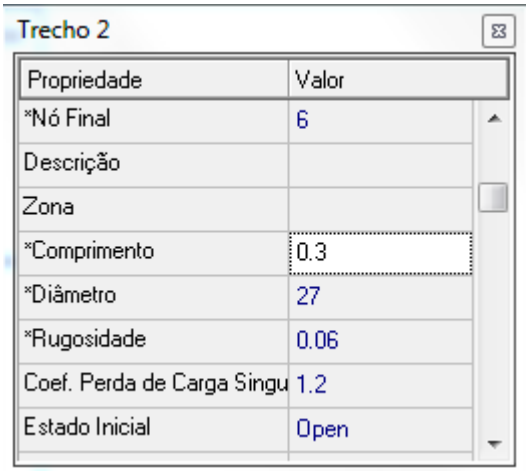
- Configurações de projeto



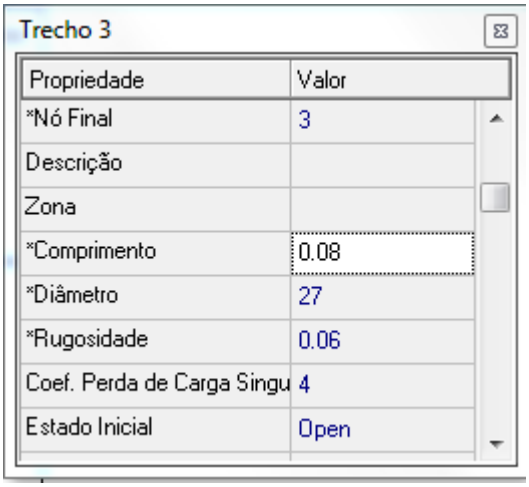
- Trecho 1



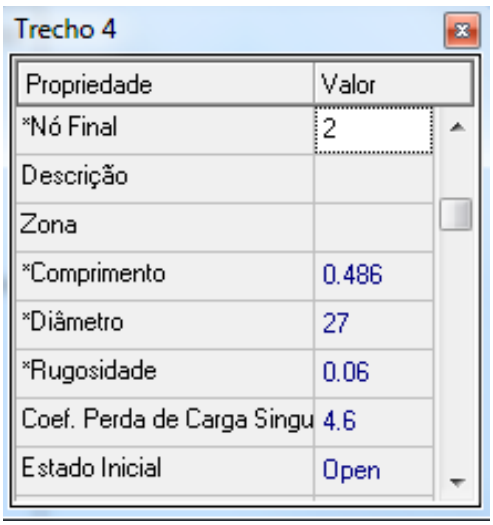
- Trecho 2



- Trecho 3



- Trecho 4



- Reservatório 1

RNF 1

Propriedade	Valor
*Identificador do RNF	1
Coordenada X	1495.84
Coordenada Y	3019.39
Descrição	
Zona	
*Nível de Água	0.3
Padrão de Nível	
Qualidade Inicial	

- Reservatório 2

RNF 2

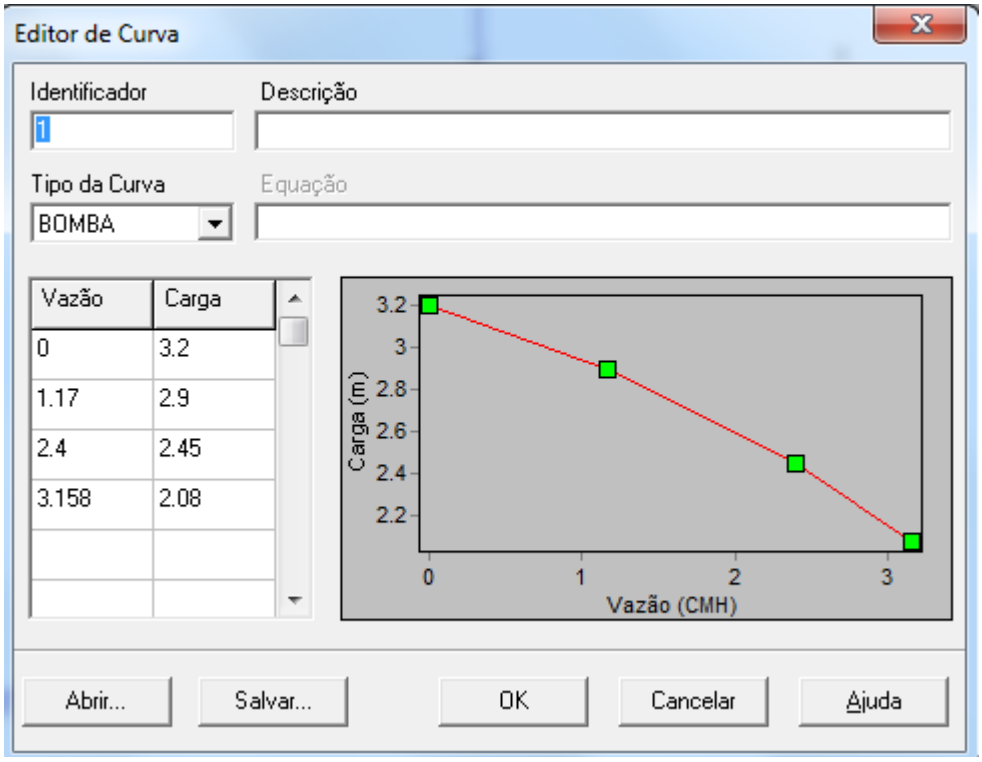
Propriedade	Valor
*Identificador do RNF	2
Coordenada X	5872.58
Coordenada Y	8573.41
Descrição	
Zona	
*Nível de Água	2.03
Padrão de Nível	
Qualidade Inicial	

- Reservatório 3

RNF 3

Propriedade	Valor
*Identificador do RNF	3
Coordenada X	8393.35
Coordenada Y	7257.62
Descrição	
Zona	
*Nível de Água	1.65
Padrão de Nível	
Qualidade Inicial	

- Bomba – curva 1


Editor de Curva
Identificador
1
Descrição
Tipo da Curva
BOMBA
Equação
Vazão
Carga
0
3.2
1.17
2.9
2.4
2.45
3.158
2.08
Carga (m)
3.2
3
2.8
2.6
2.4
2.2
0
1
2
3
Vazão (CMH)
Abrir...
Salvar...
OK
Cancelar
Ajuda