

UNIVERSIDADE SANTA CECÍLIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

LUÍS PAULO GARCIA

OBTENÇÃO DE PARÂMETROS REOLÓGICOS PARA POLPAS MINERAIS
CONTENDO PARTÍCULAS GROSSAS A PARTIR DE ENSAIOS DE
BOMBEAMENTO

SANTOS/SP

2014

LUÍS PAULO GARCIA

**OBTENÇÃO DE PARÂMETROS REOLÓGICOS DE POLPAS MINERAIS
CONTENDO PARTÍCULAS GROSSAS A PARTIR DE ENSAIOS DE
BOMBEAMENTO**

Dissertação apresentada à Universidade Santa Cecília como parte dos requisitos para obtenção de título de mestre no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, sob orientação do Prof. Dr. Thiago César de Souza Pinto.

SANTOS/SP

2014

Autorizo a reprodução parcial ou total deste trabalho, por qualquer que seja o processo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos.

GARCIA, Luís Paulo.

Obtenção de parâmetros reológicos de polpas minerais contendo partículas grossas a partir de ensaios de bombeamento / Luís Paulo Garcia - 2014.
105 p.

Orientador: Prof. Dr. Thiago César de Souza Pinto.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Santa Cecília, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Santos, SP, 2014.

1. Viscosidade equivalente. 2. Polpas heterogêneas. 3. Partículas grossas. 4. Perda de carga. 5. Mineroduto. I. Souza Pinto, Thiago César de, orient. II. Obtenção de parâmetros reológicos de polpas minerais contendo partículas grossas a partir de ensaios de bombeamento.

Elaborada pelo SIBi – Sistema Integrado de Bibliotecas - Unisanta

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Jesus pelas oportunidades ofertadas nesta vida.

Agradeço a minha família pelo apoio e pelo carinho.

Agradeço ao professor Thiago César de Souza Pinto pelo apoio na elaboração deste trabalho.

Agradeço a todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

Para que uma carga de minério seja escoada por um duto, é preciso que a mesma esteja misturada a um fluido líquido, formando uma polpa mineral. O correto dimensionamento e operação de sistemas de bombeamento de polpas minerais (minerodutos) demanda especial atenção acerca das propriedades da polpa a ser bombeada. Pode-se destacar como uma das principais características da polpa, o conhecimento de seus parâmetros reológicos, fundamentais para o correto funcionamento de minerodutos. É evidente na literatura corrente que, grande parte dos custos operacionais de uma usina de beneficiamento mineral se encontra no processo de cominuição do minério. Desta forma, deve-se fragmentar o minério apenas o essencialmente necessário para a otimização do processo de concentração do mineral útil. Por este motivo, apesar dos minerodutos atuais serem projetados, em sua maior parte, para operar com partículas finas, é um desafio para o mercado e invariavelmente também para centros de pesquisas, buscar soluções tecnológicas para viabilizar o transporte de partículas grossas em minerodutos. Este trabalho teve por objetivos a identificação de parâmetros reológicos que permitem a determinação da viscosidade equivalente, através de ensaios de bombeamento de polpas minerais contendo partículas grossas em regime turbulento. Para tanto foi utilizada a metodologia descrita por Wilson *et al.* (2006). As polpas minerais e os resultados dos ensaios de bombeamento são descritos por Souza Pinto (2012). Este autor estudou a velocidade crítica em minerodutos para o mineral de quartzo e os concentrados de apatita e hematita em fluxo turbulento e heterogêneo. A partir dos coeficientes reológicos obtidos para cada condição proposta por Souza Pinto (2012), no diâmetro de tubulação de 25,4 mm, foi possível realizar o escalonamento desses dados para o diâmetro de tubulação de 50,8 mm. A comparação entre os dados obtidos por escalonamento para o diâmetro de 50,8 mm e os dados medidos por Souza Pinto (2012), para esse mesmo diâmetro, demonstraram que, para o mineral de quartzo e o concentrado de apatita, o desvio ficou inferior a 15% e os erros encontrados no escalonamento de dados das polpas de concentrado de hematita apresentaram desvios inferiores a 20%. Também foi possível concluir que as polpas de minério de quartzo e os concentrados de apatita e de hematita estudados por Souza Pinto (2012) em diferentes condições de fluxo, apresentam um comportamento próximo a um fluido pseudoplástico.

Palavras chave: Viscosidade equivalente. Polpas heterogêneas. Partículas grossas. Perda de carga. Mineroduto.

ABSTRACT

For a load of ore flow in pipes it is needed that it be mixed with a liquid fluid, forming a slurry. The proper design and operation of slurry pumping systems demands special attention regarding the slurry proprieties. It can be highlighted as one of the main characteristics of the slurry for flow in pipes its rheological parameters and its knowledge consists in a fundamental parameter to the correct operation of the slurry pipelines. It is evident in the current literature that the most of the operating costs of a mineral processing plant is in the milling stage. . Thus, the breakage should be just the essentially required to optimize the concentration process of the useful mineral. For this reason, despite the current slurry pipelines to be designed, mostly, to operate with fine particles, it is a challenge to the market and invariably also for the research centers, look for technological solutions to enable the transport of coarse particles in pipelines. This study aimed to identify the rheological parameters that allow the determination of the equivalent viscosity through the pumping tests of mineral slurry containing coarse particles in turbulent regime. For this purposes the method described by Wilson et al (2006) was applied. The mineral slurry and the pumping test results were described by Souza Pinto (2012). This author studied the critical flow velocity for mineral of quartz and apatite and hematite concentrates in turbulent and heterogeneous flow. From the rheological coefficients obtained for each condition proposed by Souza Pinto (2012) in the pipe diameter of 25,4 mm, it was possible to carry out the scale up of these data to the pipe diameter of 50,8 mm. The comparison of the data obtained by the scale up method to the experimental data obtained by Souza Pinto (2012) in the same diameter, showed that for the mineral of quartz and apatite concentrate, the deviation was below 15%, and the scaling errors found in the data for slurries of hematite concentrate presented a deviation below 20%. It was also concluded that the slurries of quartz, apatite concentrates and hematite concentrates, studied by Souza Pinto (2012), in different flow conditions, presented a behavior close to a shear thinning or pseudoplastic fluid.

Keywords: *Equivalent viscosity. Heterogeneous slurry. Coarse particles. Pressure losses. Slurry pipeline.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Evolução do valor da produção mineral brasileira em bilhões de dólares.	18
Figura 2 – Histórico de investimentos no setor mineral brasileiro.....	20
Figura 3 - Malha de mineroduto no mundo.....	21
Figura 4 – Ilustração de uma unidade de beneficiamento mineral.	26
Figura 5 - Ilustração da distribuição de partículas e do gradiente de concentração de sólidos em diferentes regimes de escoamento.	30
Figura 6 – Ilustração de um diagrama de regime de fluxo no escoamento de polpa mineral.....	33
Figura 7 - Forças que atuam sobre uma partícula imersa em um fluido.....	35
Figura 8 - Variação de coeficiente de arrasto para esferas em função do número de Reynolds.....	36
Figura 9 - Diagrama esquemático da relação entre o gradiente de pressão e a velocidade média de polpa para vários regimes de escoamento.....	39
Figura 10 - Ilustração do fluxo de um fluido por um duto horizontal.	40
Figura 11 – Comparação entre o comportamento reológico de fluidos Newtonianos e não-Newtonianos.	45
Figura 12 - Gráfico logarítmico de τ_0 versus $(8V_m/D)$ - Método de Rabinowitsch-Mooney.	50
Figura 13 - Reograma obtido a partir do método de Rabinowitsch-Mooney para dados medidos em regime laminar.....	51
Figura 14 - Reograma obtido a partir do método de Rabinowitsch-Mooney para dados medidos em regime turbulento.....	52
Figura 15 – Perfis de tensão e velocidade na secção transversal do duto.....	53
Figura 16 - Perfil de velocidade próximo da parede do duto num fluxo turbulento.....	55
Figura 17 - Relação entre a velocidade de cisalhamento e a viscosidade equivalente para polpas heterogêneas.	57
Figura 18 - Ilustração da unidade experimental de bombeamento de polpas minerais utilizada por Souza Pinto (2012).....	61

Figura 19 – Registro fotográfico da unidade experimental de bombeamento de polpas minerais com diâmetro de 25,4 mm.....	62
Figura 20 – Registro fotográfico da unidade experimental de bombeamento de polpas minerais com diâmetro de 50,8 mm.....	62
Figura 21 – Dados de perda de carga em diferentes velocidades obtidos por Souza Pinto (2012) para polpas de minério de quartzo em dutos com diâmetros internos (ID) de 25,4 mm e.....	63
Figura 22 – Dados de perda de carga em diferentes velocidades obtidos por Souza Pinto (2012) para polpas de concentrado de apatita em dutos com diâmetros internos (ID) de 25,4 mm e 50,8 mm.	64
Figura 23 – Dados de perda de carga em diferentes velocidades obtidos por Souza Pinto (2012) para polpas de concentrado de hematita em dutos com diâmetros internos (ID) de 25,4 mm e 50,8 mm.	64
Figura 24 – Campo para preenchimento de dados da polpa e dados dos ensaios para determinação de τ_o , U e μ_{eq}	65
Figura 25 – Ilustração do gráfico gerado para se obter os coeficientes da Equação 33.	66
Figura 26 – Campo da planilha EXCEL utilizado para se calcular os valores previstos de U para diferentes velocidades num diâmetro interno maior, utilizando-se os valores de b e β	67
Figura 27 – Sub rotina criada em <i>Visual Basic</i> para Equação 35.....	68
Figura 28 – Campo de comparação entre os valores previstos para o gradiente de pressão e o valor de gradiente de pressão experimental para cada velocidade de mistura.....	69
Figura 29 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 132 μm e concentração volumétrica de 14 %.	70
Figura 30 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 265 μm e concentração volumétrica de 14 %.	71
Figura 31 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 132 μm e concentração volumétrica de 20 %.	71

Figura 32 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 265 μm e concentração volumétrica de 20 %.	71
Figura 33 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 132 μm e concentração volumétrica de 27 %.	72
Figura 34 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 265 μm e concentração volumétrica de 27 %.	72
Figura 35 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 132 μm e concentração volumétrica de 14 %.	74
Figura 36 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 265 μm e concentração volumétrica de 14 %.	74
Figura 37 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 132 μm e concentração volumétrica de 20 %.	75
Figura 38 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 265 μm e concentração volumétrica de 20 %.	75
Figura 39 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 132 μm e concentração volumétrica de 27 %.	76
Figura 40 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 265 μm e concentração volumétrica de 27 %.	76

Figura 41 - Comparação entre os dados experimentais de perda de carga obtidos para as polpas de minério de quartzo em estudo no diâmetro de 50,8 mm e os dados calculados por escalonamento para o diâmetro de 50,8 mm...	77
Figura 42 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 151 μm e concentração volumétrica de 12 %.	78
Figura 43 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 295 μm e concentração volumétrica de 12 %.	78
Figura 44 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 151 μm e concentração volumétrica de 18 %.	79
Figura 45 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 295 μm e concentração volumétrica de 18 %.	79
Figura 46 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 151 μm e concentração volumétrica de 24 %.	79
Figura 47 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 295 μm e concentração volumétrica de 24 %.	80
Figura 48 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 151 μm e concentração volumétrica de 12 %.	81
Figura 49 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 295 μm e concentração volumétrica de 12 %.	82
Figura 50 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 151 μm e concentração volumétrica de 18 %.	82

Figura 51 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 295 μm e concentração volumétrica de 18 %.	83
Figura 52 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 151 μm e concentração volumétrica de 24 %.	83
Figura 53 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 295 μm e concentração volumétrica de 24 %.	84
Figura 54 - Comparação entre os dados experimentais de perda de carga no diâmetro de tubo de 50,8 mm obtidos para as polpas de concentrado de apatia em estudo e os dados calculados por escalonamento para o diâmetro de 50,8 mm.....	84
Figura 55 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 163 μm e concentração volumétrica de 8 %.	85
Figura 56 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 336 μm e concentração volumétrica de 8 %.	86
Figura 57 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 163 μm e concentração volumétrica de 12 %.	86
Figura 58 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 336 μm e concentração volumétrica de 12 %.	86
Figura 59 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 163 μm e concentração volumétrica de 17 %.	87

Figura 60 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 336 μm e concentração volumétrica de 17 %.	87
Figura 61 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 163 μm e concentração volumétrica de 8 %.	88
Figura 62 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 336 μm e concentração volumétrica de 8 %.	89
Figura 63 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 163 μm e concentração volumétrica de 12 %.	89
Figura 64 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de minério de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 336 μm e concentração volumétrica de 12 %.	90
Figura 65 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 163 μm e concentração volumétrica de 17 %.	90
Figura 66 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 336 μm e concentração volumétrica de 17 %.	91
Figura 67 - Comparação entre os dados experimentais de perda de carga obtidos no diâmetro de 50,8 mm para as polpas de concentrado de hematita e os dados calculados por escalonamento para o diâmetro de 50,8 mm.	92

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Produção de Minerais: Posição Mundial do Brasil (2012).....	19
Tabela 2 – Tamanhos máximos para diferentes materiais transportados por minerodutos.....	22
Tabela 3 – Modelos usuais de viscosidade relativa para polpas minerais Newtonianas.	47
Tabela 5 - Características das polpas de minério quartzo estudadas por Souza Pinto (2012).	59
Tabela 6 - Características das polpas de concentrado de apatita estudadas por Souza Pinto (2012).....	60
Tabela 7 - Características das polpas de concentrado de hematita estudadas por Souza Pinto (2012).	60
Tabela 8 - Componentes da unidade experimental.	61
Tabela 9 - Quadro resumo dos coeficientes b e β obtidos a partir das curvas de ajuste dos dados de μ_{eq} e U para polpas de minério de quartzo.	72
Tabela 10 - Quadro resumo dos coeficientes b e β obtidos a partir das curvas de ajuste dos dados de μ_{eq} e U para polpas de concentrado de apatita.....	80
Tabela 11 - Quadro resumo dos coeficientes b e β obtidos a partir das curvas de ajuste dos dados de μ_{eq} e U para polpas de concentrado de hematita.....	87
Tabela 12 - Dados experimentais e calculados para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula de 265 μm e concentração volumétrica de 27 %.	97
Tabela 13 - Dados experimentais e calculados para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula de 132 μm e concentração volumétrica de 27 %.	97
Tabela 14 - Dados experimentais e calculados para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula de 265 μm e concentração volumétrica de 20%.	98

Tabela 15 - Dados experimentais e calculados para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula de 132 μm e concentração volumétrica de 20%.....	98
Tabela 16 - Dados experimentais e calculados para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula de 265 μm e concentração volumétrica de 14 %.....	99
Tabela 17 - Dados experimentais e calculados para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula de 132 μm e concentração volumétrica de 14 %.....	99
Tabela 18 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula de 151 μm e concentração volumétrica de 12 %.....	100
Tabela 19 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula de 295 μm e concentração volumétrica de 12 %.....	100
Tabela 20 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula de 151 μm e concentração volumétrica de 18 %.....	101
Tabela 21 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula de 295 μm e concentração volumétrica de 18 %.....	101
Tabela 22 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula de 151 μm e concentração volumétrica de 24 %.....	102
Tabela 23 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula de 295 μm e concentração volumétrica de 24 %.....	102
Tabela 24 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula de 163 μm e concentração volumétrica de 8 %.....	103
Tabela 25 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula de 336 μm e concentração volumétrica de 8 %.....	103

Tabela 26 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula de 163 μm e concentração volumétrica de 12 %.....	104
Tabela 27 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula de 336 μm e concentração volumétrica de 12 %.....	104
Tabela 28 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula de 163 μm e concentração volumétrica de 17 %.....	105
Tabela 29 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula de 336 μm e concentração volumétrica de 17 %.....	105

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

b	Coeficiente experimental [-]
C_D	Coeficiente de arrasto [-]
C_W	Concentração de sólidos em massa [-]
d_p	Diâmetro da partícula [L]
d_{50}	Granulometria em que 50% é passante [L]
D	Diâmetro [L]
g	Aceleração da gravidade [L/T ²]
k	Coeficiente de Von Karman [-]
K_t	Constante experimental [-]
L	Comprimento [L]
P	Pressão [M.L ⁻¹ T ⁻²]
Q	Vazão volumétrica [L ³ T ⁻¹]
r	Raio [L]
Re_p	Número de Reynolds da partícula [-]
ϑ	Velocidade relativa entre a partícula e o fluido [L.T ⁻¹]
ϑ_t	Velocidade terminal relativa entre a partícula e o fluido [L.T ⁻¹]
V	Velocidade média de fluxo [L.T ⁻¹]
u	Velocidade local [L.T ⁻¹]
u_{max}	Máximo valor do perfil velocidade [L.T ⁻¹]
u^+	Velocidade adimensional [-]
$\dot{U}$	Velocidade de cisalhamento [L.T ⁻¹]
$\dot{U}_f$	Velocidade de cisalhamento associada ao fluido [L.T ⁻¹]
y	Distância a partir da parede [L]
y^+	Distância adimensional [-]
α_s	Concentração volumétrica [%]
β	Coeficiente experimental [-]
δ	Espessura da subcamada [L]
$\dot{\gamma}$	Taxa de cisalhamento [T ⁻¹]
μ	Viscosidade dinâmica [ML ⁻¹ T ⁻¹]
μ_{eq}	Viscosidade equivalente de uma polpa heterogênea [ML ⁻¹ T ⁻¹]
μ_f	Viscosidade dinâmica do fluido [ML ⁻¹ T ⁻¹]
μ_r	Viscosidade relativa [-]
η	Viscosidade aparente [ML ⁻¹ T ⁻¹]
ν	Viscosidade cinemática [L ² T ⁻¹]
ρ_f	Massa específica do fluido carreador [ML ⁻³]
ρ_m	Massa específica da mistura [M.L ⁻³]
ρ_p	Massa específica da partícula [M.L ⁻³]
τ	Tensão de cisalhamento [ML ⁻¹ T ⁻²]
τ_o	Tensão de cisalhamento no limite do fluxo [ML ⁻¹ T ⁻²]

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	18
1.1 GENERALIDADES.....	18
1.2 OBJETIVOS	24
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	25
2.1 BENEFICIAMENTO DE MINÉRIOS	25
2.2 POLPAS MINERAIS.....	27
2.3 DENSIDADE DE UMA POLPA MINERAL	28
2.4 REGIMES DE ESCOAMENTO DE POLPAS MINERAIS.....	29
2.5 FLUXO HOMOGÊNEO.....	30
2.6 FLUXO HETEROGÊNEO.....	31
2.7 VELOCIDADE TERMINAL DE PARTÍCULAS E VELOCIDADE CRÍTICA DO FLUXO	34
2.7.1 VELOCIDADE TERMINAL DE PARTÍCULAS	34
2.7.2 VELOCIDADE CRÍTICA DE FLUXO	37
2.8 PERDA DE PRESSÃO ATRAVÉS DE UM TUBO CIRCULAR	39
2.9 MODELOS REOLÓGICOS DE POLPAS MINERAIS	44
2.9.1 POLPAS MINERAIS NEWTONIANAS	46
2.9.2 POLPAS MINERAIS NÃO- NEWTONIANAS	47
2.9.2.1 VISCOSIDADE EQUIVALENTE DE POLPAS NÃO-NEWTONIANAS EM REGIME TURBULENTO.....	51
3 MATERIAIS E MÉTODOS	59
3.1 MATERIAIS	59
3.1.1 PROPRIEDADES DAS POLPAS ESTUDADAS	59
3.1.2 UNIDADE EXPERIMENTAL	60
3.1.3 DADOS EXPERIMENTAIS	63
3.2 MÉTODOS.....	65
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	70
5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES	93
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	94
APÊNDICE A – Tabelas com dados experimentais e calculados para as polpas de mineral de quartzo, concentrado de apatita e concentrado de hematita.....	97

1 INTRODUÇÃO

1.1 GENERALIDADES

O crescimento dos países emergentes nos últimos anos tem acelerado o consumo no mercado mundial de *commodities*, dentre as quais se podem destacar os bens minerais. Dos mais variados tipos e para as mais diversas aplicações, o controle do fornecimento de minérios tem se mostrado estratégico para a garantia do desenvolvimento de importantes nações.

A partir do ano 2000, o elevado índice de crescimento mundial, impulsionou o valor da Produção Mineral Brasileira (PMB), que em uma década, apresentou crescimento superior a 500 %, como pode ser visualizado na Figura 1.

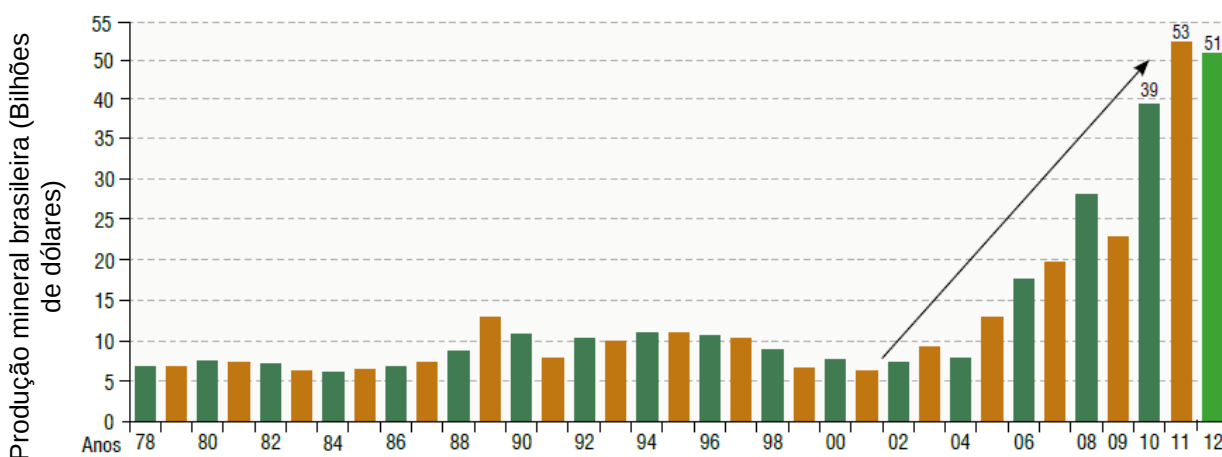


Figura 1 – Evolução do valor da produção mineral brasileira em bilhões de dólares.

Fonte: IBRAM, 2012.

Atualmente o Brasil é um dos principais produtores mundiais de diversos tipos de minério, conforme mostrado na Tabela 1. Em 2012 a participação do setor de extração mineral no PIB (Produto Interno Brasileiro) foi de 0,78 %. Estima-se que a PMB continuará crescendo entre 2% e 5% ao ano durante os próximos dois anos (IBRAM, 2012).

Para garantir este aumento de produção as empresas de extração mineral irão realizar investimentos expressivos ao longo dos próximos anos. A 7ª Edição do Sistema de Informações e Análises da Economia Mineral Brasileira, organizado pelo Instituto Brasileiro de Mineração (IBRAM), estima em US\$ 75 bilhões o investimento a ser realizado por esse setor no período de 2012 a 2016. Os valores apurados pelo

IBRAM são projetados para períodos de cinco anos. Estes investimentos contemplam uma grande variedade de minérios, sendo o minério de ferro o principal deles, alvo de 63% do total previsto. O histórico de investimentos no setor mineral brasileiro é apresentado na Figura 2.

Tabela 1 – Produção de Minerais: Posição Mundial do Brasil (2012).

Minerais	Produção Brasileira	Posição no “ranking” de produção	Reservas Brasileiras	Posição no “ranking” de reservas
Bauxita	14%	3º	6,80%	5º
Cobre	2%	5º	2%	13º
Rochas ornamentais	7,70%	3º	5,60%	6º
Ouro	2,30%	12º	3,30%	9º
Minério de Ferro	17%	2º	11%	5º
Caulim	6,80%	5º	28%	2º
Manganês	20%	2º	1,10%	6º
Nióbio	98%	1º	98%	1º
Tantalita	28%	2º	50%	1º
Estanho	4,10%	5º	13%	3º
Zinco	2,40%	12º	0,85%	6º

Fonte: IBRAM, 2012.

Contudo, apesar de um mercado em pleno crescimento, muitas vezes a grande distância entre os sítios de exploração dos minérios e os pontos de consumo ou de carregamento para o modal marítimo/ferroviário, somada as elevadas quantidades a serem transportadas, acabam por implicar em significativos custos com transporte do minério até o ponto de entrega, prejudicando a viabilidade econômica de alguns negócios. A Brandt Meio Ambiente Ltda (2012) descreveu de forma bastante apropriada às condições de contorno das industriais de mineração, quando colocou que: *“As empresas não conseguem escolher os locais de suas minas, elas vão onde o minério está”*.

Com base nesta premissa, se constata que a necessidade de redução de custos para manter a competitividade das empresas e aumentar os lucros, provoca a iniciativa de se apostar em meios mais modernos de transporte, que impliquem em redução de custos, redução de impactos ambientais e ganho de tempo, entre

operações de carregamento, transporte e descarregamento. Assim, os minerodutos tem ganhado cada vez mais espaço como alternativa para a redução de custos de transporte agregando benefícios, como por exemplo, a diminuição de riscos e danos ambientais.



Figura 2 – Histórico de investimentos no setor mineral brasileiro.

Fonte: IBRAM, 2012.

Conforme apresentado na Figura 3, diversos minerodutos operam hoje em vários países, transportando diferentes tipos de minério. Como exemplo pode-se citar o mineroduto de *Los Pelambres*, localizado no Chile, que transporta concentrado de cobre, o mineroduto de *Da Hong Shan*, situado na China, que transporta minério de Ferro e o mineroduto *Simplot* (USA) que escoia fosfato.

Com uma malha de 2.000 quilômetros em operação e construção, o Brasil já transporta cerca de 75 milhões de toneladas de minério por ano através de minerodutos. Os principais minerodutos brasileiros são: o sistema Samarco, que transporta minério de ferro por uma distância de 398 km; o mineroduto Paragominas da Vale S/A, que escoia bauxita e possui um comprimento de 244 km e o sistema Minas-Rio da Anglo American, ainda em construção, que quando estiver concluído será o maior mineroduto do mundo, com comprimento total de cerca de 525 km. O objetivo será de transportar minério de ferro numa concentração de 68% de sólidos em peso a uma vazão de bombeamento de 1826 m³/h (PORTAL METALICA, 2013).

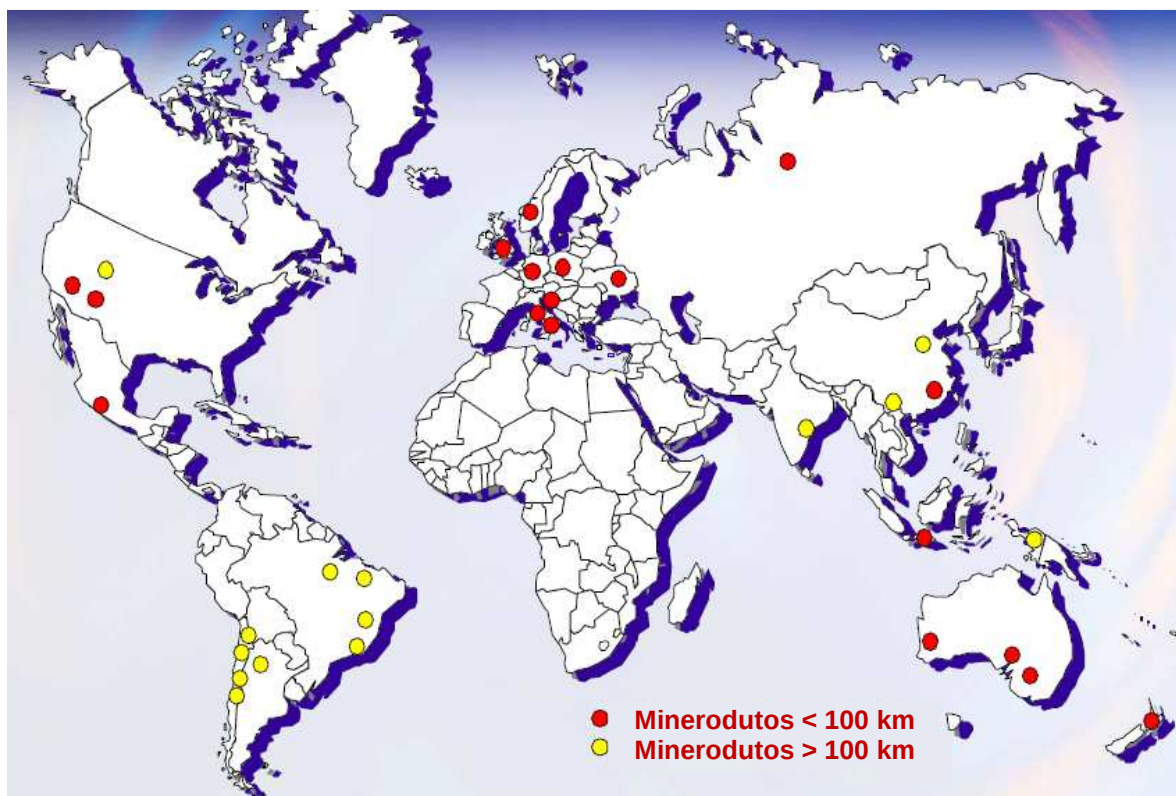


Figura 3 - Malha de mineroduto no mundo.
Fonte: LUIZA SOUZA, 2013 (adaptado pelo autor).

Para que o minério seja escoado por um duto é preciso que o mesmo esteja misturado a um fluido líquido, formando uma polpa, que deve possuir as características reológicas necessárias para o escoamento ao longo de todo o comprimento do duto. Isso implica, de uma maneira geral, na necessidade de redução do tamanho dos agregados do minério a partículas finas (em geral menor do que 0,1mm), visando, assim, atenuar os efeitos de sedimentação das mesmas no interior dos dutos.

A Tabela 2 fornece um indicativo dos tamanhos máximos para diferentes materiais e sua relação com o peso específico dos sólidos. Essa tabela se refere a polpas minerais (sólidos + água).

Entretanto, conforme exposto por Tavares (2009), grande parte dos custos operacionais de uma usina de beneficiamento está no processo de fragmentação e isto se deve ao fato de que a maior parte da energia gasta no processo de beneficiamento mineral é absorvida por esta etapa. Os processos de cominuição, que são basicamente a britagem (etapa inicial) e a moagem (etapa final), envolvem um elevado consumo energético e baixa eficiência operacional, representando entre 50 a

75 % dos custos diretos de produção da maior parte das usinas de concentração mineral.

Tabela 2 – Tamanhos máximos para diferentes materiais transportados por minerodutos.

Material	Densidade g/cm³	Tamanho de partícula mm	Concentração de sólidos % peso
Carvão	1,4	2,38	50
Calcário	2,7	0,29	70
Concentrado de Cobre	4,3	0,21	55
Concentrado de Ferro	4,9	0,15	65
Areias ferríferas	4,9	0,60	50

Fonte: LUIZA SOUZA, 2013.

Desta forma, sendo as operações de cominuição tão onerosas ao processo como um todo, devido aos custos com consumo de energia, corpos de moagem, revestimentos, entre outros, deve-se fragmentar o minério somente o essencialmente necessário para a operação seguinte (TAVARES, 2009).

Por este motivo, apesar dos sistemas atuais serem projetados, em sua maior parte, para operar com partículas finas, muitas empresas buscam no mercado e nos centros de pesquisas soluções tecnológicas para possibilitar o transporte de partículas grossas em minerodutos, visando um menor consumo de energia na cominuição.

Uma dessas iniciativas é o Projeto Vale do Rio Pardo da empresa Sul Americana de Metais S.A., no qual a produção total de 25 milhões de toneladas por ano, com teor final de 65% de minério de ferro e tamanho de partícula da ordem de 0,15 mm, será transportada por um mineroduto de 482 km (BRANDT MEIO AMBIENTE LTDA, 2012).

Projetos de sistemas de bombeamento de polpa de minério como o exemplificado acima, podem ser subsidiados por dados obtidos em ensaios realizados em laboratórios. Os estudos realizados em menor escala podem trazer informações valiosas para a especificação da tecnologia a ser empregada, evitando-se, assim, erros de projeto, como subdimensionamento de sistemas ou custos extras desnecessários com materiais e equipamentos superdimensionados. Também são mitigadas falhas operacionais, como por exemplo, o aterramento de dutos em

operações de parada e manutenção, ou mesmo ter que operar o mineroduto com água para desobstrução de dutos, que geralmente acarretam o aumento da pressão interna e geram uma perda significativa de produção.

1.2 OBJETIVOS

Este trabalho apresenta como objetivos:

- 1 – A determinação de parâmetros reológicos para se prever a viscosidade equivalente através de ensaios de bombeamento de polpas minerais contendo exclusivamente partículas grossas, em regime turbulento, para o mineral de quartzo, e os concentrados de hematita e de apatita;
- 2 – A determinação da perda de carga em sistemas de escoamento de polpas minerais através de parâmetros reológicos e a comparação dos dados calculados por escalonamento com os dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012).

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 BENEFICIAMENTO DE MINÉRIOS

A obtenção do mineral útil, que apresenta interesse industrial, através da lavra do minério, se dá através de um conjunto de operações unitárias que formam a planta de processamento mineral (beneficiamento de minérios). A Figura 4 apresenta, de forma ilustrativa, as principais etapas de uma planta de beneficiamento mineral, para minério de ferro (hematita).

Após lavrado, o minério que sai diretamente da mina, é transportado em caminhões até a britagem primária, etapa de adequação da granulometria (tamanho) do minério para a etapa subsequente (BRANDT MEIO AMBIENTE LTDA, 2012).

O produto dos britadores primários segue por correias transportadoras para o peneiramento primário. O material mais grosso, retido na peneira, segue para a britagem secundária e o material fino, já peneirado, é recolhido em um transportador de correia e enviado para o pátio de homogeneização.

O produto dos britadores secundários retorna através de transportadores de correia para o peneiramento primário, fechando o circuito, e após, é transportado até o pátio de homogeneização. Este pátio tem como função homogeneizar o material já britado e peneirado na granulometria adequada, auxiliando também na formação de estoque, de modo a aumentar a autonomia da instalação (BRANDT MEIO AMBIENTE LTDA, 2012).

O minério do pátio de homogeneização é levado por transportadores de correia ao prédio da prensagem. O produto das prensas de rolo é coletado em um transportador que o leva à moagem.

O produto dos moinhos é classificado (separado conforme o tamanho dos grãos) por meio de ciclones, que fazem com que as partículas que não foram suficientemente moídas retornem ao moinho, fechando o ciclo. O minério moído na granulometria correta segue, então, para a pré-concentração magnética (BRANDT MEIO AMBIENTE LTDA, 2012).

A pré-concentração magnética é um processo usado para separar o minério de ferro de outros minerais que não são magnéticos e que, no caso, não são de interesse comercial. O processo é dividido em pré-concentração de finos e pré-concentração de grossos. A classificação, separando entre finos e grossos, é feita por

meio de ciclones. O pré-concentrado grosso, que incluem minerais de ferro, requer um novo estágio de moagem (remoagem), antes de sua concentração final. O pré-concentrado fino já se encontrará em granulometria (tamanho) adequada à concentração final.

Na etapa seguinte ocorre a recuperação da água de processo com o uso de espessadores e ciclones, após o rejeito da pré-concentração é empilhado. Nessa etapa a eficiência na recuperação de água pode ficar acima de 90% (BRANDT MEIO AMBIENTE LTDA, 2012).

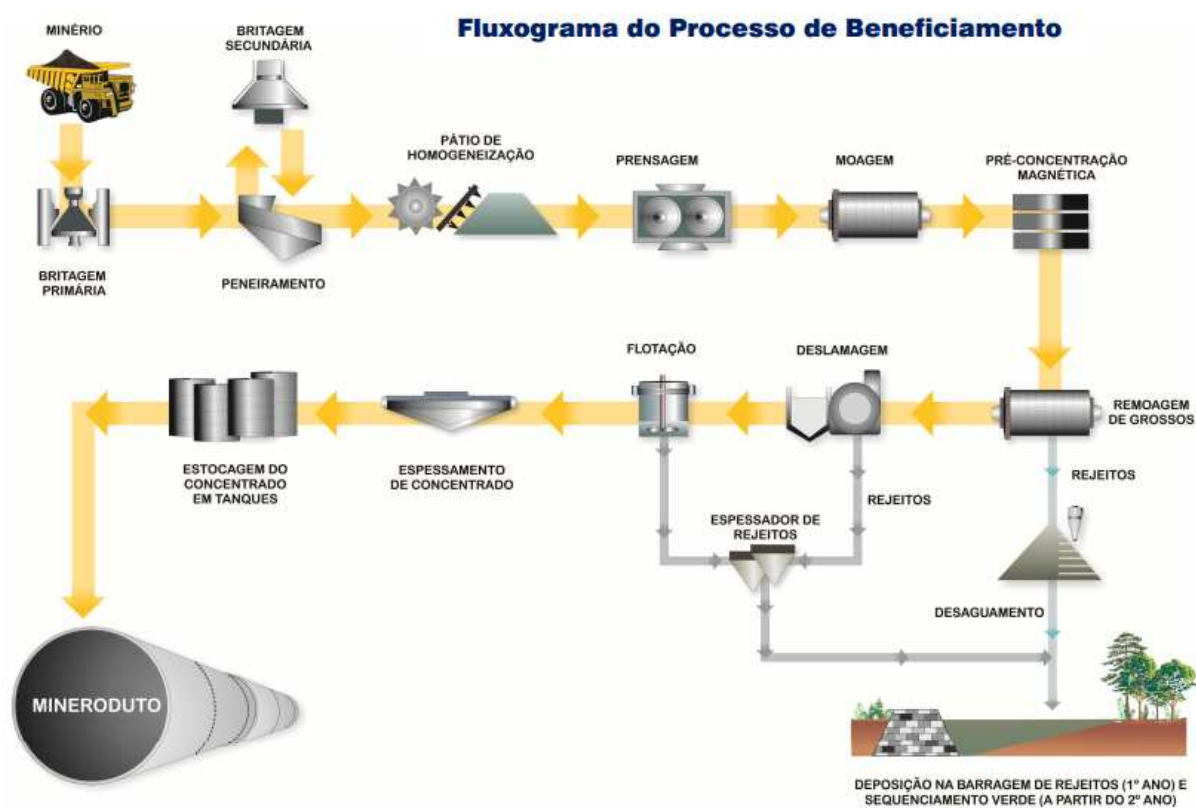


Figura 4 – Ilustração de uma unidade de beneficiamento mineral.

Fonte: BRANDT MEIO AMBIENTE LTDA, 2012.

O pré-concentrado fino, juntamente com o produto da remoagem, é submetido à deslamagem (processo que remove as partículas muito finas) que irão também para o espessador de rejeitos. O pré-concentrado remoído e deslamado, que corresponde ao produto com valor comercial, segue para a flotação (BRANDT MEIO AMBIENTE LTDA, 2012).

A flotação é um processo realizado em tanques providos de agitadores, nos quais se acrescenta reagentes para permitir a separação física entre os minerais de

ferro (mineral útil) e os demais minerais (minerais de ganga). A flotação é realizada em diversos estágios, de modo a aumentar a eficiência da concentração. Os reagentes principais são o coletor (aminas), que faz com que o quartzo, material não magnético suba para a superfície do tanque e o depressor que faz os minerais de ferro submergirem para o fundo dos tanques. O material flotado, no caso o quartzo (junto com outros minerais, que têm concentrações muito baixas), é retirado, “purificando” o material final, que é o concentrado de minério de ferro (BRANDT MEIO AMBIENTE LTDA, 2012).

O concentrado final, após a flotação, vai para o espessador de concentrado, que recupera a maior parte da água para recirculação no processo. O concentrado é então estocado em tanques e então transportado pelo mineroduto, ou outra forma de transporte, até o ponto de entrega.

2.2 POLPAS MINERAIS

Polpa mineral é essencialmente uma mistura de um fluido, sendo a água o líquido mais amplamente empregado na indústria mineral, com partículas sólidas. O manuseio do minério na forma de polpa se dá por diferentes aplicações, dentre as quais se destacam: a facilidade de transporte por uso de bombas, minimização de geração de material particulado, aumento na eficiência da etapa de moagem e classificação.

O fluxo de polpas minerais num duto é muito diferente do fluxo de um líquido de fase única (JACOBS, 1991). Teoricamente, um líquido de fase única com baixa viscosidade absoluta (ou dinâmica) pode fluir a uma velocidade lenta a partir do fluxo laminar para o fluxo turbulento. Uma mistura de duas fases, como uma polpa mineral, tem que superar uma velocidade crítica de deposição ou velocidade crítica de transição viscosa, assim, se a velocidade do fluxo da suspensão não é suficientemente alta, as partículas não serão mantidas em suspensão. Adicionalmente, no caso de misturas altamente viscosas, se a taxa de cisalhamento no duto é baixa, a mistura poderá se tornar muito viscosa e resistir ao fluxo, acarretando em um aumento da perda de carga (BAHA ABULNAGA, 2002).

O grande número de variáveis encontradas nos fluxos de polpa em minerodutos (sistemas de transporte de polpas minerais) ocasiona uma variação

destes sistemas ao longo de uma vasta gama de comportamento do fluxo, e, por conseguinte, diferentes abordagens têm sido utilizadas para descrever seu comportamento em vários regimes de escoamento. Uma polpa mineral pode comportar-se reologicamente como um fluido Newtoniano ou pode exibir uma variedade de propriedades reológicas não-Newtonianas (HEYWOOD, 1954).

Segundo Brown e Heywood (1993), os atributos que geralmente são utilizados para caracterizar fisicamente as polpas são: a massa específica das fases constituintes (sólido e líquido) e da polpa, concentração de sólidos, distribuição granulométrica, forma e tamanho das partículas e a viscosidade da polpa.

2.3 DENSIDADE DE UMA POLPA MINERAL

A densidade de uma polpa mineral é uma função da densidade do fluido transportador; da densidade das partículas sólidas e da concentração em volume da fase sólida (BAHA ABULNAGA, 2002).

A densidade das partículas é determinada por vários métodos experimentais. As partículas finas tendem a aprisionar o ar, que deve ser removido por meio de agitação ou por adição de uma pequena quantidade de agente emulsificante.

Alguns materiais exibem a habilidade de alteração de compactação e, por conseguinte, a densidade é uma função do tamanho de partícula. Quando os sólidos passam por um processo de moagem, eles ocupam mais volume por unidade de massa, tanto quanto eles ficam mais finos. É importante, portanto, que a medição da densidade da polpa seja feita com uma polpa com um tamanho de partícula semelhante ao da polpa que será transportada (BAHA ABULNAGA, 2002).

A densidade de uma polpa mineral pode ser expressa conforme ilustrado pela Equação 1:

$$\rho_m = \frac{100}{C_w/\rho_s + (100 - C_w)/\rho_f} \quad (1)$$

Em que: ρ_m é a massa específica da polpa (kg/m^3); ρ_s é massa específica do minério (kg/m^3); ρ_f é a massa específica do fluido transportador (kg/m^3); C_w é a concentração de água [%].

A concentração em peso é mais utilizada, pois é mais fácil se relacionar com a quantidade em toneladas de sólidos a ser transportado através de uma tubulação. No entanto, as características de mistura, a mecânica do fluxo, e as propriedades físicas resultantes são mais bem relacionadas com a concentração em volume.

A concentração em volume de sólidos numa mistura pode ser expressa conforme a Equação 2:

$$\alpha_s = \frac{C_W \rho_m}{\rho_s} = \frac{100 C_W / \rho_s}{C_W / \rho_s + (100 - C_W) / \rho_f} \quad (2)$$

Em que: α_s é a concentração volumétrica de sólidos (%); ρ_m é a massa específica da polpa (kg/m^3); ρ_s é a massa específica do minério (kg/m^3); ρ_f é a massa específica do fluido transportador (kg/m^3) e C_W é a concentração de água (%).

2.4 REGIMES DE ESCOAMENTO DE POLPAS MINERAIS

O regime de fluxo de uma polpa mineral (também referido como o padrão de fluxo) é função das propriedades do fluido de transporte e das partículas sólidas. O regime do fluxo afeta a dependência da perda de carga sobre a taxa de fluxo, bem como a magnitude da queda de pressão. Também influencia a erosão do tubo e outras características de desempenho (JACOBS, 1991).

De acordo com Crowe (2006) devido à complexidade dos fluxos de polpa e as transições graduais entre os diferentes tipos de regimes de fluxo, apenas uma classificação próxima à realidade dos regimes é possível.

Durand e Condolios (1952) propuseram uma classificação dos regimes de fluxo de polpa com base no tamanho médio de partícula. Outros autores, como Newitt *et al.* (1955) e Thomas (1964) desenvolveram classificações mais refinadas considerando outros fatores para a classificação do regime de fluxo. Uma das classificações mais comum e amplamente utilizada é se categorizar os fluxos de polpa em dutos em quatro regimes: homogêneo, heterogêneo, heterogêneo com leito móvel e heterogêneo com leito fixo. As vistas esquemáticas das distribuições espaciais de partícula e do gradiente de concentração de sólidos em diferentes regimes de

escoamento são apresentadas na Figura 5. O perfil de concentração de sólidos está referenciado em termos da relação entre a distância da parte inferior do duto (y) e o diâmetro do duto (D).

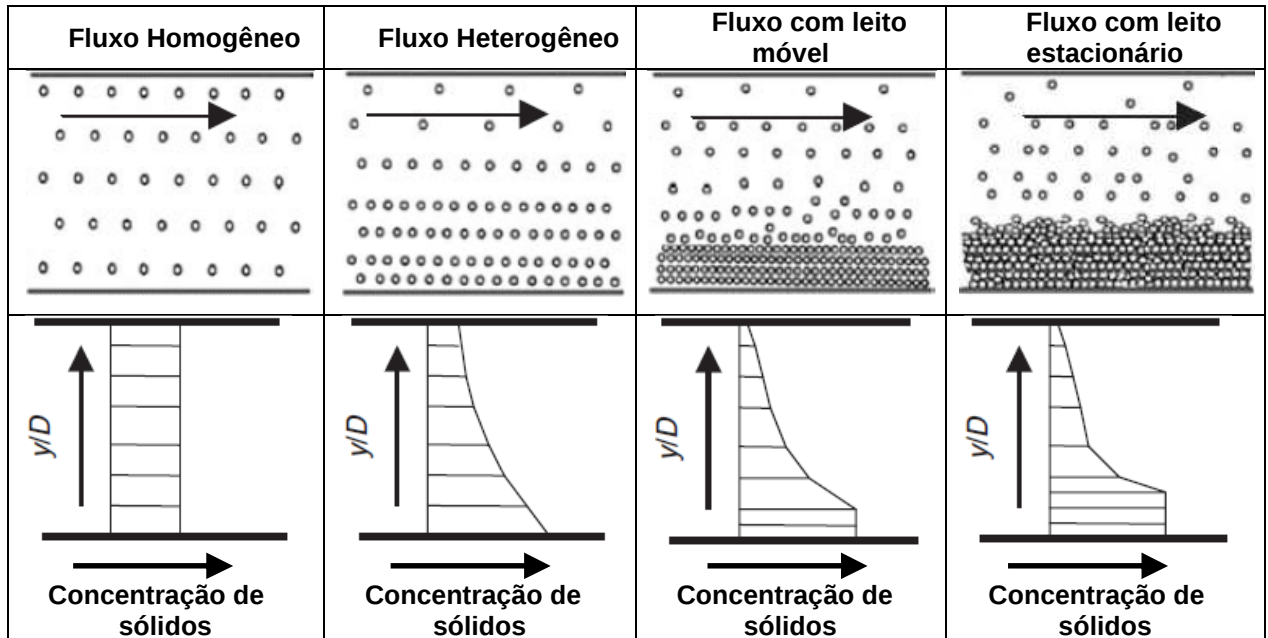


Figura 5 - Ilustração da distribuição de partículas e do gradiente de concentração de sólidos em diferentes regimes de escoamento.

Fonte: CROWE, 2006 (adaptado pelo autor).

2.5 FLUXO HOMOGÊNEO

O fluxo de uma polpa homogênea é caracterizado por uma distribuição uniforme de partículas sólidas em toda a seção transversal do duto durante o transporte da polpa mineral. Normalmente, este tipo de suspensão tem uma alta concentração de sólidos contendo partículas finas ($d_p < 40 \mu\text{m}$) com baixa densidade e apresenta um comportamento viscoso, permitindo operações de bombeamento no regime laminar (JACOBS, 1991).

Um exemplo de fluxo homogêneo é a polpa de minério após moagem e espessamento, em que as partículas são muito finas e a concentração de sólidos é elevada (superior a 40% em peso). Embora nenhuma polpa seja completamente homogênea, porque consiste em fases distintas, existem situações em que a suspensão pode ser descrita de forma satisfatória por modelos monofásicos. Portanto, o princípio da mecânica contínua pode ser aplicado à análise do fluxo de

uma polpa pseudo-homogênea, sendo que as propriedades reológicas da suspensão são geralmente não-Newtonianas (CROWE, 2006).

2.6 FLUXO HETEROGÊNEO

Num fluxo de polpa heterogêneo, as partículas sólidas que sejam suficientemente grandes, densas e num estado suficientemente diluído deverão sedimentar, de modo que, as partículas não serão mais uniformemente distribuídas no campo de fluxo, ou seja, a polpa é heterogênea, mas a maioria das partículas ainda estará totalmente suspensa (JACOBS, 1991).

Em um fluxo heterogêneo, os sólidos não são uniformemente distribuídos em relação ao plano horizontal dos dutos (estratificação) e um gradiente de concentração aparece no plano axial. Logo, para fluxos heterogêneos a velocidade de transporte deve ter magnitude mínima para assegurar que não haverá oclusão dos dutos. Depósitos estacionários ou um leito de deslizamento móvel podem formar-se no duto, com as partículas mais pesadas no fundo e as mais leves em suspensão, especialmente em valores de velocidade de transporte próximos à velocidade de deposição crítica (V_C). Tal condição pode ser desejável em operações industriais, visando à economia de energia (MATOUSEK, 2005). Suspensões heterogêneas são encontradas para polpas minerais compostas em sua maioria de partículas grossas ($d_p > 100\mu\text{m}$).

Apesar de muitos dos casos de fluxo de polpas serem claramente homogêneo ou heterogêneo, muitos outros são uma combinação de ambos. Isto ocorre porque o tamanho das partículas é o parâmetro mais importante que governa o regime de fluxo. A maioria dos concentrados finais produzidos apresentam polpas minerais contendo partículas grossas. Como exemplo, pode-se citar que 20% dos concentrados de hematita e apatita produzidos no Brasil são constituídos por partículas grosseiras (SOUZA PINTO, 2012). Tais sistemas são muitas vezes considerados como uma polpa mineral mista (homogênea-heterogênea), e o seu comportamento de fluxo deve ser analisado de forma apropriada (CROWE, 2006).

Sob certas condições, o regime de fluxo do sistema heterogêneo com leito móvel pode ser observado. Neste regime de escoamento, as partículas maiores e/ou mais pesadas acumulam-se na parte inferior dos dutos formando um leito. As

partículas no leito movem-se ou deslizam ao longo da parte inferior do duto quando a força de cisalhamento devido ao movimento do fluido é suficientemente alta. A parte superior da secção transversal do tubo é ocupada por uma mistura heterogênea de partículas de menor tamanho que são arrastadas com o fluido carreador, em função disto, as camadas superiores do leito se movem mais rapidamente do que as camadas mais baixas do tubo horizontal (BAHA ABULNAGA, 2002).

No regime de escoamento heterogêneo com um leito estacionário, a velocidade de fluxo de polpa é muito baixa para permitir o movimento de todas as partículas imersas e um leito de depósito estacionário é formado no fundo do duto. Além disso, as partículas depositadas no leito são transportadas por um movimento separado de camada, apresentando uma estratificação no interior do duto.

Apesar do padrão de fluxo leito-estacionário ser encontrado em situações práticas, ele deve ser evitado sempre que possível, uma vez que ele tende a resultar em um comportamento do fluxo altamente instável, na melhor das hipóteses, e tamponar na pior das hipóteses (CROWE, 2006).

A predição do regime de escoamento, que existe no tubo para um dado conjunto de condições de operação é muito importante. Isso pode evitar a formação de um depósito fixo, o que provoca o entupimento parcial do tubo, reduzindo assim a sua eficiência. O movimento do leito, provavelmente, aumenta o desgaste da tubulação. Além disso, o comportamento da queda de pressão é diferente de um regime de fluxo para o outro.

Existe uma variedade de critérios para determinar se um dado fluxo de suspensão é considerado homogêneo, heterogêneo, ou com fluxos de sólidos depositados no leito do duto. Embora sejam simples, critérios baseados em um parâmetro único, tal como o tamanho das partículas, como o proposto por Durand e Condolios (1952), são incompletos, dado que o comportamento do fluxo também depende de outros parâmetros. A abordagem mais realista para a determinação do regime de escoamento é a utilização de correlações empíricas adequadas como a descrita por Turian e Yuan (1977) e Turian *et al.* (1987) ou modelos mecanísticos, tais como de duas camadas descrito por Wilson (1970) e Gillies *et al.* (1991) ou pode-se utilizar modelos mais complexos como os de modelos de três camadas descritos por Doron e Barnea (1996).

A partir das correlações supracitadas, pode-se determinar o regime de escoamento que ocorre sob um dado conjunto de condições. Um gráfico utilizado

para caracterizar o tipo de regime de fluxo num tubo é mostrado na Figura 6. Essa figura correlaciona a velocidade da mistura e o diâmetro de partícula com o regime de fluxo, a partir da correlação proposta por Turian e Yuan (1977). Nessa figura observa-se que alterações na velocidade de mistura ocasionam uma alteração do regime de fluxo, assim, através dessa figura pode-se definir, para um determinado tamanho de partícula, a faixa de variação de velocidade para manter a operação num determinado regime de fluxo.

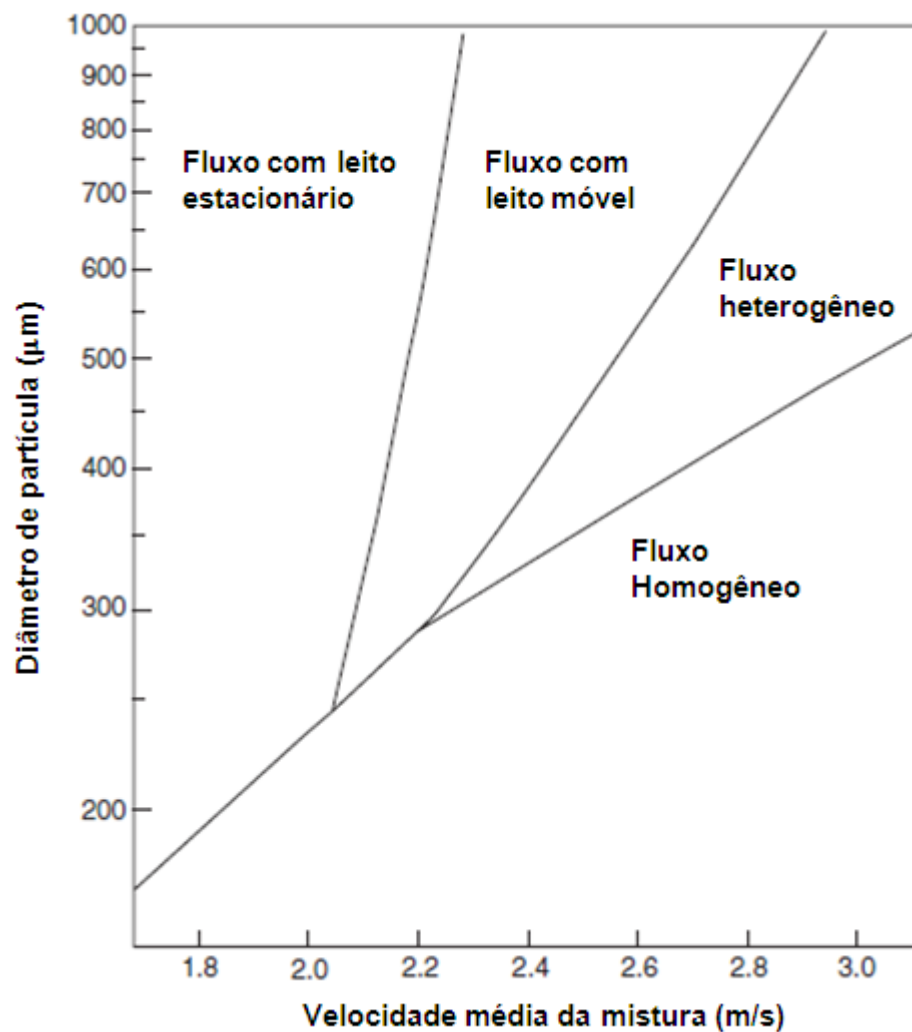


Figura 6 – Ilustração de um diagrama de regime de fluxo no escoamento de polpa mineral.
Fonte: TURIAN e YUAN, 1977 (adaptado pelo autor).

2.7 VELOCIDADE TERMINAL DE PARTÍCULAS E VELOCIDADE CRÍTICA DO FLUXO

Segundo Baha Abulnaga (2002) vários parâmetros de velocidade determinam se uma mistura pode segregar-se ou continuar em fluxo. Por exemplo, o projetista de um espessante ou de um misturador geralmente se preocupa com a velocidade terminal das partículas, enquanto que, o projetista de um mineroduto deve prestar atenção na velocidade crítica de fluxo, particularmente no caso de fluxos heterogêneos.

2.7.1 VELOCIDADE TERMINAL DE PARTÍCULAS

Quando uma partícula desloca-se através de um fluido, é possível perceber dois momentos distintos. No primeiro, de curta duração, a força gravitacional é maior do que as forças de resistência ao escoamento do fluido e a partícula apresenta velocidade variável. No segundo, estas forças se equilibram e a velocidade torna-se constante, sendo chamada de velocidade terminal. (BAHA ABULNAGA, 2002).

Um aspecto fundamental para o transporte de sólidos por um líquido é a resistência, denominada força de arrasto, que as partículas irão sofrer, e a capacidade do líquido de mantê-las suspensas, chamada de força de sustentação. Ambas as funções são derivadas da velocidade do fluxo, da forma das partículas, do grau de turbulência, e da interação entre as partículas e a tubulação.

Nessas condições, a partícula será acelerada pela força gravitacional, à qual se opõe ao empuxo exercido pela fase contínua. Além disso, ao iniciar seu deslocamento devido à aceleração gravitacional, surge uma força de arrasto viscoso, devida à viscosidade do fluido, que se opõem ao deslocamento da partícula, como esquematizado na Figura 7

A força de arrasto viscoso é dependente da velocidade relativa entre a partícula e o fluido. Assim, a partícula será acelerada até que a força de arrasto viscoso contrabalance a força peso, após o que a aceleração resultante passará a ser zero e a partícula passará a se deslocar com certa velocidade terminal constante. A partir desse instante, a velocidade da partícula será dada conforme a Equação 3.

$$v_t = \left(\frac{4gd_p}{3C_D} \right)^{0,5} \left(\frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f} \right)^{0,5} \quad (3)$$

Em que: v_t é a velocidade terminal relativa entre a partícula e o fluido (m/s); g é a aceleração da gravidade (m/s²); ρ_f é a massa específica do fluido (kg/m³); ρ_p é a massa específica da partícula (kg/m³); d_p representa o diâmetro da partícula (m) e C_D é o coeficiente de arrasto (-).

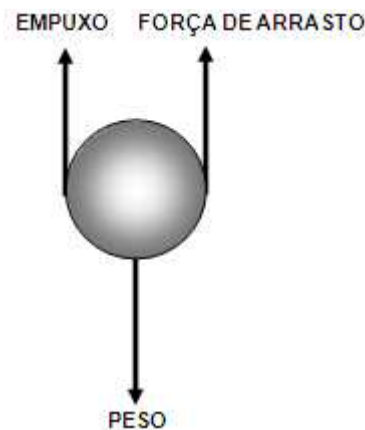


Figura 7 - Forças que atuam sobre uma partícula imersa em um fluido.

O coeficiente de arrasto, C_D , determinado experimentalmente, é uma função do número de Reynolds da partícula (Re_p), dado pela Equação 4. A Figura 8 mostra a variação de coeficiente de arrasto para esferas em função do número de Reynolds.

$$Re_p = \frac{d_p \rho_f v}{\mu_f} \quad (4)$$

Sendo: d_p o diâmetro da partícula (m); ρ_f a massa específica do fluido (kg/m³); v a velocidade relativa entre a partícula e o fluido (m/s) e μ_f a viscosidade dinâmica do fluido (Pa.s).

Para partículas muito finas com Re_p abaixo de 0,1, as principais forças que atuam são devidas ao efeito da viscosidade e assume-se que o escoamento do fluido em relação à partícula é essencialmente laminar. Nessa região, chamada de *Região de Stokes*, a dependência de C_D é linear e é dada pela Equação 5:

$$C_D = 24/Re_p \quad (5)$$

Na qual: C_D é o coeficiente de arrasto (-) e Re_p é o número de Reynolds da partícula (-).

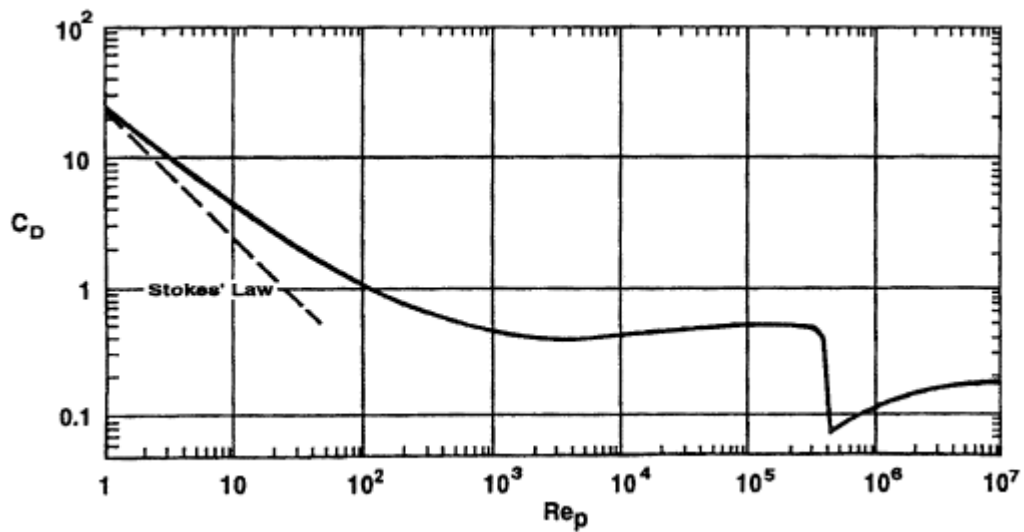


Figura 8 - Variação de coeficiente de arrasto para esferas em função do número de Reynolds.

Fonte: WILSON *et al.*, 2006.

Assim, a velocidade terminal da partícula assume a forma da Equação 6:

$$\vartheta_t = \frac{g |\rho_p - \rho_f| d_p^2}{18\mu_f} \quad (6)$$

Sendo: ϑ_t a velocidade terminal da partícula (m); g a aceleração da gravidade (m/s^2); ρ_p a massa específica da partícula (kg/m^3); ρ_f a massa específica do fluido (kg/m^3); d_p o diâmetro da partícula (m) e μ_f a viscosidade dinâmica do fluido (Pa.s).

Para partículas de tamanho intermediário com Re_p entre 1 a 1000, Richards (1908) demonstrou que a Lei de Stokes é inexata e a partir dos testes realizados pelo mesmo para partículas de quartzo ele obteve a relação empírica para a velocidade terminal mostrada na Equação 7:

$$\vartheta_t = \frac{8,925}{d_p \left\{ \left[1 + 95 \left(\frac{\rho_p}{\rho_f} - 1 \right) d_p^3 \right]^{1/2} - 1 \right\}} \quad (7)$$

Sendo: ϑ_t a velocidade terminal da partícula (m/s); ρ_p a massa específica da partícula (kg/m³); ρ_f a massa específica do fluido (kg/m³) e d_p o diâmetro da partícula (m).

Para partículas com Re_p maior que 1.000, o fluxo entra na região em que rege a Lei de Newton e o Coeficiente de arrasto pode ser considerado com valor constante igual a 0,44. Hebrich (1991) expressou a velocidade terminal para essa região como segue abaixo (Equação 8), em que K_t é uma constante experimental:

$$\vartheta_t = K_t \sqrt{d_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_f} - 1 \right)} \quad (8)$$

Em que: ϑ_t é a velocidade terminal da partícula (m); ρ_p é a massa específica da partícula (kg/m³); ρ_f é a massa específica do fluido (kg/m³); d_p é o diâmetro da partícula (m) e K_t é uma constante experimental (-).

2.7.2 VELOCIDADE CRÍTICA DE FLUXO

Embora a maioria das polpas industriais consista de partículas finas ($d_p < 100 \mu\text{m}$), polpas que contêm partículas grosseiras e de elevada densidade também são amplamente encontradas em vários setores industriais. Estes tipos de polpas não podem ser tratadas como pseudo-fluidos com propriedades reológicas eficazes uma vez que as partículas sólidas não são uniformemente distribuídas em relação ao plano horizontal e tendem a assentar no fundo do tubo, devido ao efeito da gravidade (CROWE, 2006).

Devido à tendência de sedimentação de partículas grossas, vários regimes de escoamento ou padrões podem ser encontrados num fluxo de tubo horizontal. Conforme ilustrado na Figura 5, o fluxo pode ser classificado em regimes como segue: (1) fluxo heterogêneo – ocorre em altas velocidades da mistura heterogênea em que todos os sólidos estão totalmente suspensos pelo líquido transportador, como resultado de elevada turbulência; (2) fluxo com leito móvel – ocorre em menores velocidades de mistura quando a turbulência do fluido não é suficiente para vencer a gravidade, assim, as partículas acumulam-se no fundo do duto, formando um leito compactado de partículas em movimento, (3) fluxo com leito estacionário – ocorre quando a velocidade de mistura é muito baixa para mover todas as partículas imersas, e algumas delas formam um leito estacionário de depósito, na parte inferior do duto.

A Figura 9 apresenta um diagrama esquemático de dependência do gradiente de pressão sobre a velocidade média da mistura para vários regimes de escoamento. A linha reta representa nesta figura o comportamento de um líquido transportador, tal como água. O gradiente de pressão para uma polpa é sempre maior do que a do fluido transportador com a mesma velocidade, e esta diferença aumenta com o aumento do grau de heterogeneidade. Quando a velocidade diminui, a gradiente de pressão da polpa diminui até que atinge um nível mínimo e, em seguida, aumenta com uma diminuição da velocidade. Isto foi notado pela primeira vez por Blatch (1906).

Existem quatro velocidades de transição entre os regimes de fluxo que são geralmente determinadas através de observações visuais. As velocidades de transição são definidas como:

- V_{m1} : velocidade no qual ou acima da qual todos os sólidos se movem como uma suspensão homogênea.
- V_{m2} ou V_c : velocidade igual ou superior a qual todas as partículas se movem como uma suspensão heterogênea e abaixo da qual os sólidos começam a sedimentar e formar um leito móvel.
- V_{m3} : velocidade na qual ou acima da qual a mistura flui como uma mistura heterogênea com as partículas mais grosseiras formando um leito móvel.
- V_{m4} : velocidade na qual ou acima da qual o leito na metade inferior do duto está parado. Já na metade superior do duto, alguns sólidos podem mover-se por saltitação ou suspensão.

Obviamente as velocidades de transição V_{m3} e V_{m4} , não são utilizadas para a operação industrial de minerodutos. A velocidade de transição V_{m2} ou V_c marca a transição para uma condição geralmente indesejável, uma vez que partículas depositadas aumentam, em muito, os problemas de erosão e o leito de sólidos promove um escoamento instável. Assim, a formação do depósito estacionário leva usualmente a uma maior incidência de paradas para limpeza e manutenção, baixando a produtividade do sistema. Portanto, o ponto ótimo de operação reside na velocidade econômica em que não há depósito estacionário no leito do duto.

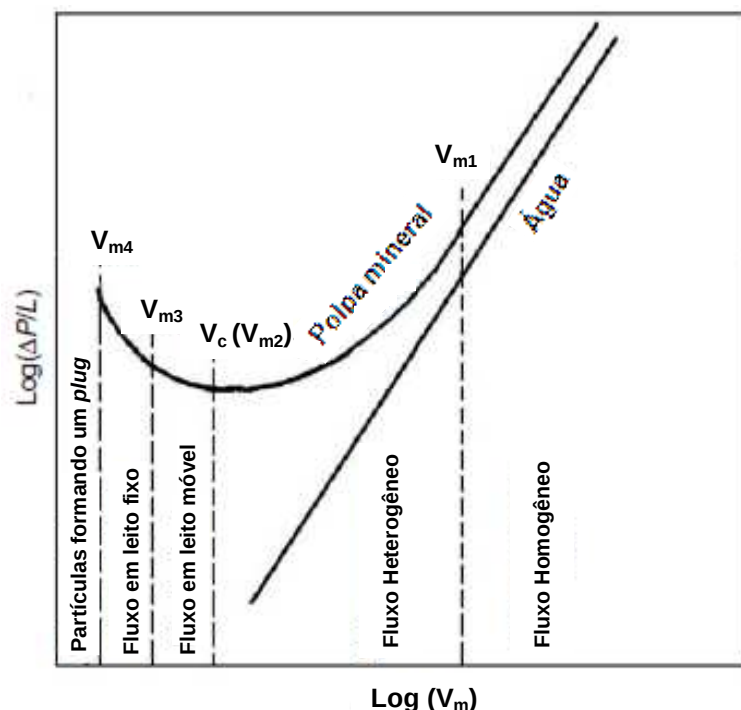


Figura 9 - Diagrama esquemático da relação entre o gradiente de pressão e a velocidade média de polpa para vários regimes de escoamento.

Fonte: CROWE, 2006 (adaptado pelo autor).

2.8 PERDA DE PRESSÃO ATRAVÉS DE UM TUBO CIRCULAR

Num escoamento ordenado, onde as camadas do fluido deslizam umas sobre as outras, a tensão de cisalhamento (τ) de um elemento fluido é proporcional à taxa de variação de velocidade (∂u) em relação a variação da distância na direção normal a essa tensão (∂y), sendo que, a constante de proporcionalidade, desta relação, é a viscosidade dinâmica do fluido (μ). Esta relação é mostrada na Equação 9:

$$\tau = \mu * \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (9)$$

Em que: τ é a tensão de cisalhamento (Pa); $\partial u / \partial y$ é taxa de cisalhamento (s^{-1}) e μ é a viscosidade do fluido (Pa.s).

A força de atrito que as paredes da tubulação aplicam sobre o escoamento é uma força resistiva, tangencial ao escoamento e de sentido contrário ao da velocidade do escoamento. Num fluxo permanente, completamente desenvolvido, onde as propriedades não variam com o tempo (estado estacionário) e as condições de fluxo são idênticas em todas as posições do sistema, a tensão de cisalhamento na parede (τ_o) será constante em todas as secções do duto por onde o fluido escoar. Assim, para o caso ilustrado na Figura 10, onde um fluido de viscosidade μ escoar por um duto de diâmetro D e comprimento L , a força que a diferença entre a pressão na entrada no duto P_1 e a pressão na saída do duto P_2 , exerce para impulsionar o fluido será igual à força de cisalhamento que a parede do duto exerce sobre o fluido, conforme Equação 10 é:

$$\pi * D * L * \tau_o = (P_2 - P_1) * \pi * (D^2/4) \quad (10)$$

Em que: D é o diâmetro da tubulação (m); L é o comprimento do duto (m); τ_o é a tensão de cisalhamento no limite do fluxo (Pa); P_1 é a pressão no ponto 1 (Pa) e P_2 é a pressão no ponto 2 (Pa).

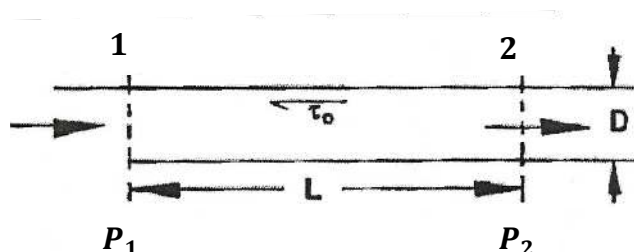


Figura 10 - Ilustração do fluxo de um fluido por um duto horizontal.

Fonte: WILSON *et al.*, 2006 (adaptado pelo autor).

Quando resolvida para τ_o , a Equação 10 fornece a forma mostrada na Equação 11:

$$\tau_o = D/4 * (P_2 - P_1)/L \quad (11)$$

A qual na forma discretizada é equivalente à Equação 12:

$$\tau_o = D/4 * (\Delta P / \Delta x) \quad (12)$$

Sendo: τ_o a tensão de cisalhamento na parede do duto (Pa); D o diâmetro da tubulação (m); Δx o comprimento do trecho do duto (m) e ΔP o diferencial de pressão no trecho do duto (Pa).

No escoamento laminar unidimensional num duto cilíndrico a Equação 9 pode ser apresentada conforme mostrado na Equação 13:

$$\tau = \mu * \left(\partial u / \partial r \right) \quad (13)$$

Em que: τ_o é a tensão de cisalhamento (Pa); ∂r é a variação da distância radial (m); u é a velocidade local (m/s) e μ é a viscosidade do fluido (Pa.s).

Substituindo-se a Equação 12 na Equação 13 e considerando-se $D = 2 * r$, pode-se obter a Equação 14 abaixo:

$$\left[\left(\frac{\Delta P}{\Delta x} \right) * \frac{r}{2} \right] = \frac{1}{\mu} * \left(\partial u / \partial r \right) \quad (14)$$

Em que: Δx é o comprimento do trecho do duto (m); ΔP é o diferencial de pressão no trecho do duto (Pa); μ é a viscosidade do fluido (Pa.s); r é a distância radial local (m) e u é a velocidade local (m/s).

Rearranjando a Equação 14 para deixar em evidência ∂u de forma a possibilitar a integração em ambos os lados da equação obtém-se a Equação 15:

$$\int \partial u = \frac{1}{\mu} * \left[\frac{1}{2} * \left(\frac{\Delta P}{\Delta x} \right) \right] * \int_r^R r \partial r \quad (15)$$

O resultado da integração a Equação 15 é mostrado na Equação 16:

$$u = \frac{1}{\mu} * \frac{1}{2} * \left(\frac{\Delta P}{\Delta x} \right) * \left\{ \frac{r^2}{2} \right\} \Big|_r^R \quad (16)$$

Resolvendo a Equação 16 obtém-se a Equação 17. Esta equação representa o perfil de velocidade para o escoamento laminar em tubos.

$$u = \frac{1}{4 * \mu} * \left(\frac{\Delta P}{\Delta x} \right) * \left\{ 1 - \frac{r^2}{R^2} \right\} \quad (17)$$

Em que: R é o raio da tubulação (m); Δx é o comprimento do trecho do duto (m); ΔP é o diferencial de pressão no trecho do duto (Pa); μ é a viscosidade do fluido (Pa.s); r é a distância radial local (m) e u é a velocidade local (m/s).

Sabendo-se que a vazão volumétrica pode ser obtida pela integração da Equação 18:

$$\int \partial Q = \int_0^R u * 2\pi * r * \partial r \quad (18)$$

Sendo: Q a vazão volumétrica (m³/s); r a distância radial local (m) e u a velocidade local (m/s).

Pode-se substituir a Equação 17 na Equação 18 o que irá resultar na Equação 19:

$$\int \partial Q = \int_0^R 2\pi * \frac{1}{4 * \mu} * \left(\frac{\Delta P}{\Delta x} \right) * \left\{ 1 - \frac{r^2}{R^2} \right\} * r * \partial r \quad (19)$$

A partir do rearranjo da Equação 19 pode-se obter a Equação 20:

$$\int \partial Q = \frac{\pi}{2 * \mu} * \left(\frac{\Delta P}{\Delta x} \right) \int_0^R \left\{ 1 - \frac{r^2}{R^2} \right\} * r * \partial r \quad (20)$$

A integração da Equação 20 resultará na Equação 21:

$$Q = \frac{\pi}{2 * \mu} * \left(\frac{\Delta P}{\Delta x} \right) * \left\{ \left[\frac{1}{2} (R)^2 - 0 \right] - \left(\frac{(R)^4}{4R^2} - 0 \right) \right\} \quad (21)$$

Resolvendo a Equação 21 será obtida a Equação 22, que é conhecida como Equação de Poussuille (ERBEL, 1995).

$$Q = \frac{\pi}{8 * \mu} * \left(\frac{\Delta P}{\Delta x} \right) * R^4 \quad (22)$$

Em que: Q é a vazão volumétrica (m³/s); μ é a viscosidade do fluido (Pa.s); R é o raio da tubulação (m); Δx é o comprimento do trecho do duto (m) e ΔP é o diferencial de pressão no trecho do duto (Pa).

Dada a relação existente entre a vazão volumétrica (Q) e a velocidade média mostrada na Equação 23:

$$Q = V \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) \quad (23)$$

Em que: Q é a vazão volumétrica (m³/s); D é o diâmetro da tubulação (m) e V é a velocidade média da mistura (m/s).

Pode-se substituir a Equação 22 e a Equação 12 na Equação 23, e rearranjar a equação de forma a deixar τ_o em evidência. A equação resultante é mostrada na Equação 24:

$$\tau_o = \mu * (8V/D) \quad (24)$$

Na qual: τ_o é a tensão de cisalhamento no limite do fluxo (Pa); V é a velocidade média (m/s); D é o diâmetro da tubulação (m) e μ é a viscosidade do fluido (Pa.s).

Dessa forma pôde-se demonstrar que, para o fluxo laminar Newtoniano num duto cilíndrico, o valor de $(\partial u / \partial y)$ será igual a $8V/D$.

2.9 MODELOS REOLÓGICOS DE POLPAS MINERAIS

As propriedades reológicas são os principais fatores que influenciam o comportamento do fluxo homogêneo e da perda de pressão no escoamento ao longo de duto. Todavia, ainda não existem modelos capazes de prever com grande exatidão as propriedades reológicas de polpa ou a relação entre a concentração, a viscosidade e a velocidade de transição para a maioria das polpas industriais, exceto para as polpas newtonianas. Dessa forma a caracterização experimental da propriedade reológica para polpas homogêneas é necessária e essencial.

Segundo Crowe (2006) as principais tarefas técnicas para a avaliação do fluxo de polpas homogêneas são as seguintes:

- i) Determinar o modelo reológico adequado de um programa de teste e avaliar os coeficientes específicos para a suspensão na concentração de sólidos de interesse.
- ii) Prever a perda de pressão para o escoamento laminar e turbulento, e o ponto de transição entre esses regimes.

Em fluxo homogêneo as polpas apresentam baixa ou nenhuma segregação, mas apenas finita tendência de deposição quando deixadas em repouso. A este respeito, as polpas se assemelham a um líquido de fase única, para os quais a ciência da reologia e mecânica contínua estão bem estabelecidas.

O gráfico em que se plota a tensão de cisalhamento τ versus a taxa de cisalhamento $\partial u / \partial y$ é chamado de reograma. Se a viscosidade (μ) do fluido é uma constante e igual à inclinação da reta a partir da origem, o comportamento reológico da polpa é Newtoniano. Misturas que não se comportam desta forma são denominadas misturas de polpas não-Newtonianas, nas quais a viscosidade é

chamada de viscosidade equivalente (μ_{eq}) e pode ser expressa como uma função de $\partial u / \partial y$ ou de τ . Em regiões onde μ_{eq} diminui com o aumento da taxa de cisalhamento, o comportamento é denominado pseudoplástico ou “*shear thinning*”. Em regiões em que μ_{eq} aumenta com aumento da taxa de cisalhamento, o comportamento é denominado como dilatante ou “*shear thickening*”. Quando a viscosidade é constante, mas a curva não passa na origem o fluido é chamado de plástico de Bingham. O ponto em que a curva intercepta o zero da taxa de cisalhamento é conhecido como ‘Tensão de escoamento’. No caso do fluido apresentar tensão de escoamento e viscosidade que reduz com o aumento da taxa de cisalhamento o fluido é chamado de pseudoplástico (CHHABRA, 1999). A Figura 11 ilustra uma comparação entre os comportamentos reológicos de fluidos Newtoniano e de fluidos não-Newtonianos.

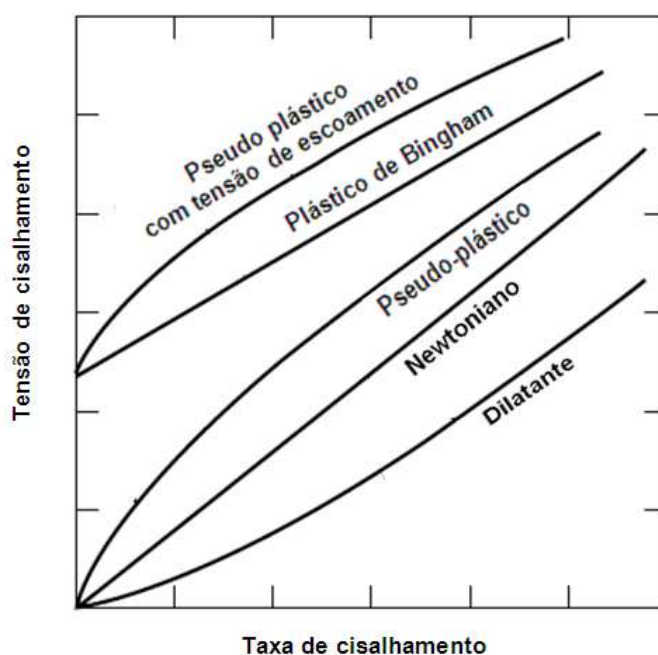


Figura 11 – Comparação entre o comportamento reológico de fluidos Newtonianos e não-Newtonianos.

Fonte: CHHABRA, 1999 (adaptado pelo autor).

Os dados reológicos podem ser utilizados diretamente para prever o comportamento do fluxo sob certas condições. No entanto, é mais útil e conveniente se os dados puderem ser representados por um modelo adequado. É também desejável dispor de um modelo que seja tão simples matematicamente quanto possível, e ainda descreva a propriedade reológica da polpa. Diversos modelos têm sido propostos para a representação da função de viscosidade de polpas

homogêneas. Embora haja certo grau de dedução lógica por trás de alguns dos modelos, em sua maior parte eles são basicamente empíricos. Os modelos mais complexos são capazes de representar comportamentos mais complexos, embora eles também sejam mais difíceis de avaliar e aplicar e muitas vezes são insignificantes num sentido prático.

2.9.1 POLPAS MINERAIS NEWTONIANAS

Num fluxo homogêneo as polpas podem se comportar como um fluido Newtoniano sob certas condições, tais como: concentração de sólidos baixa, baixa densidade de partícula e elevadas viscosidades de fluidos.

As propriedades reológicas das suspensões newtonianas são uma função do líquido e das características dos sólidos, mas independente da amplitude da tensão de cisalhamento, ou a taxa de cisalhamento. A viscosidade de uma polpa newtoniana é muitas vezes apresentada como a viscosidade relativa (μ_r), como apresentado na Equação 25, em que a viscosidade da mistura (μ_m) é normalizada com a do fluido transportador (μ_l):

$$\mu_r = \mu_m / \mu_l \quad (25)$$

Na qual: μ_r é a viscosidade relativa (-); μ_m é a viscosidade da mistura (Pa.s); μ_l é a viscosidade do fluido transportador (Pa.s).

A viscosidade relativa (μ_r) pode variar de acordo com a fração volumétrica de sólidos, o tamanho e a distribuição de tamanho das partículas, o fator forma das partículas, as propriedades da superfície das partículas, a concentração de eletrólitos líquidos, a carga iônica e a temperatura. Alguns modelos que relacionam a viscosidade relativa (μ_r) à fração volumétrica de sólidos (α_s) estão listados na Tabela 3.

Tabela 3 – Modelos usuais de viscosidade relativa para polpas minerais Newtonianas.

Equação Modelo	Parâmetros Modelo	Autor
$\mu_r = 1 + 2,5\alpha_x$		Einstein
$\mu_r = \exp(B\alpha_x)/(1 - \alpha_x/\alpha_{max})$	B e α_{max}	Krieger
$\mu_r = 1 - \alpha_x/\alpha_{max}$	α_{max}	Krieger
$\mu_r = \exp[(B - n/\alpha_{max})\alpha_x]/(1 - \alpha_x/\alpha_{max})^n$	B, n e α_{max}	Vocadlo
$\mu_r = 1 + 2,5\alpha_s + 10,05\alpha_s^2 + 0,00273\exp(16,6\alpha_s)$		Thomas

Fonte: CROWE, 2006.

O modelo de Einstein é apenas aplicável em suspensões com a fração volumétrica de sólidos abaixo de 1%. Os outros modelos listados na tabela podem ser utilizados para polpas com uma fração volumétrica de sólidos mais elevada. Embora existam outros modelos propostos, um dos mostrados na Tabela 3 provavelmente será suficiente para o ajuste aos dados experimentais. Desde que a concentração de sólidos não seja o único parâmetro relevante; não há melhor modelo para a relação entre μ_r e α_s . A viscosidade relativa também é afetada pela distribuição de partícula e a forma do tamanho de partícula (CROWE, 2006).

2.9.2 POLPAS MINERAIS NÃO- NEWTONIANAS

Com o aumento da concentração de sólidos, as propriedades reológicas das polpas homogêneas (“*nonsettling*”) desviam do comportamento Newtoniano. Quando ocorre este desvio, a viscosidade equivalente (μ_{eq}), já não é uma constante, mas em vez disso, é dependente da magnitude da tensão de cisalhamento ou da taxa de cisalhamento. Tais polpas são definidas como não-Newtonianas. Para a maioria das polpas não newtonianas, μ_{eq} é uma função decrescente da tensão de cisalhamento ou da taxa de cisalhamento (fluido pseudoplástico ou “*shear thinning*”). No entanto, para algumas polpas de partículas muito finas, μ_{eq} pode aumentar com o aumento de τ ou $\partial u/\partial y$ (fluido dilatante ou “*shear thickening*”) (CROWE, 2006).

Algumas polpas, tais como polpas floculadas, encontradas em plantas de processamento de minerais, podem desenvolver uma estrutura interna levando a um

comportamento não-Newtoniano dependente do tempo, isto é, uma polpa tixotrópica e/ou reopética.

Os modelos típicos que têm sido reportados para representar as propriedades reológicas de polpas não-Newtonianas são listados na Tabela 4 (CROWE, 2006).

O modelo *Power-law* pode representar o modelo Newtoniano se $n = 1$, o modelo pseudoplástico para $n < 1$ ou o modelo dilatante para $n > 1$ (BARNES, 2000).

Tabela 4 – Modelos reológicos usuais para polpas minerais não-Newtonianas.

Nome do modelo	Equação do Modelo
Plástico de Bingham	$\tau = \tau_b + \mu\dot{\gamma}$ para $\tau > \tau_b$
Casson	$\tau^{1/2} = \tau_c^{1/2} + (K_c\dot{\gamma})^{1/2}$ $\mu_{eq} = [K_c^{1/2} + (\tau_c/\dot{\gamma})^{1/2}]$
<i>Power-Law</i>	$\tau = K_p\dot{\gamma}^n$ $\mu_{eq} = K_p\dot{\gamma}^{n-1}$
Herschel-Bulkey	$\tau = \tau_h + K_h\dot{\gamma}^p$ $\mu_{eq} = K_h\dot{\gamma}^{p-1} + \tau_h/\dot{\gamma}$
Sisko	$\tau = K_s\dot{\gamma} + K_s\dot{\gamma}^m$ $\mu_{eq} = K_s + K_s\dot{\gamma}^{m-1}$

Fonte: CROWE, 2006.

Deve-se notar que todos os parâmetros para os modelos indicados na Tabela 4 são influenciados pela concentração de sólidos, distribuição de tamanho de partícula e pelas propriedades da interface entre os sólidos e os líquidos. Bird *et al.* (1982) sintetizaram diversas equações a partir da literatura que relacionam os parâmetros do modelo de Casson e de Bingham e várias propriedades de suspensões, incluindo a concentração de sólidos. Em geral, a dependência de parâmetros em Bingham e dos modelos de lei de potência sobre a concentração de sólidos pode ser modelado com a Equação 26:

$$\tau_b(\text{ou } \mu, K, n) = E * e^{F\alpha_s} \quad (26)$$

Em que E e F são constantes obtidas a partir de testes que medem a distribuição de tamanho de partícula, a forma e a natureza da sua superfície.

Rabinowitsch (1929) e Mooney (1931) mostram que, para o fluxo laminar de polpa de minério o valor de $\partial u/\partial y$ já não é igual a $8V/D$, porém a proporcionalidade é mantida. Assim, no método de *scale-up* de Rabinowitsch-Mooney deve-se gerar um gráfico de τ_o versus $8V/D$ em escala logarítmica, para então se obter os resultados dos coeficientes da equação da reta que se ajusta aos dados laboratoriais. A partir desses coeficientes pode-se obter τ_o para as condições do novo diâmetro que se está estudando, conforme Equação 27 mostrada abaixo:

$$\tau_o = k * \left(8V_m/D\right)^{n^*} \quad (27)$$

Em que: τ_o é a tensão de cisalhamento no limite do fluxo (Pa); V_m é a velocidade da mistura (m/s); D é o diâmetro do duto (m); k e n^* são constantes experimentais.

A Figura 12 ilustra um exemplo de caso de obtenção dos valores de k e n^* . Nesse gráfico pode-se ver que os dados medidos para a mesma polpa em dois diferentes diâmetros de tubulação se ajustam a uma única curva de correlação no regime laminar e quando o fluxo alcança o fluxo turbulento ocorre um desvio do comportamento apresentado anteriormente e, para este último regime de fluxo, não é possível se obter, por essa metodologia, os parâmetros reológicos que caracterizam cada polpa, pois o comportamento da viscosidade da polpa irá depender de outros fatores como o diâmetro da tubulação.

Rabinowitsch e Mooney demonstraram também que a partir do coeficiente angular (n^*) obtido no gráfico τ_o versus $8V_m/D$, pode-se obter o valor de $\partial u/\partial y$ pela Equação 28:

$$\partial u/\partial y = \left((3n^* + 1)/4n^*\right)^* 8V_m/D \quad (28)$$

Em que: V_m é a velocidade da mistura (m/s); D é o diâmetro do duto (m); n^* é uma constante experimental e $\partial u/\partial y$ é a taxa de cisalhamento (s^{-1}).

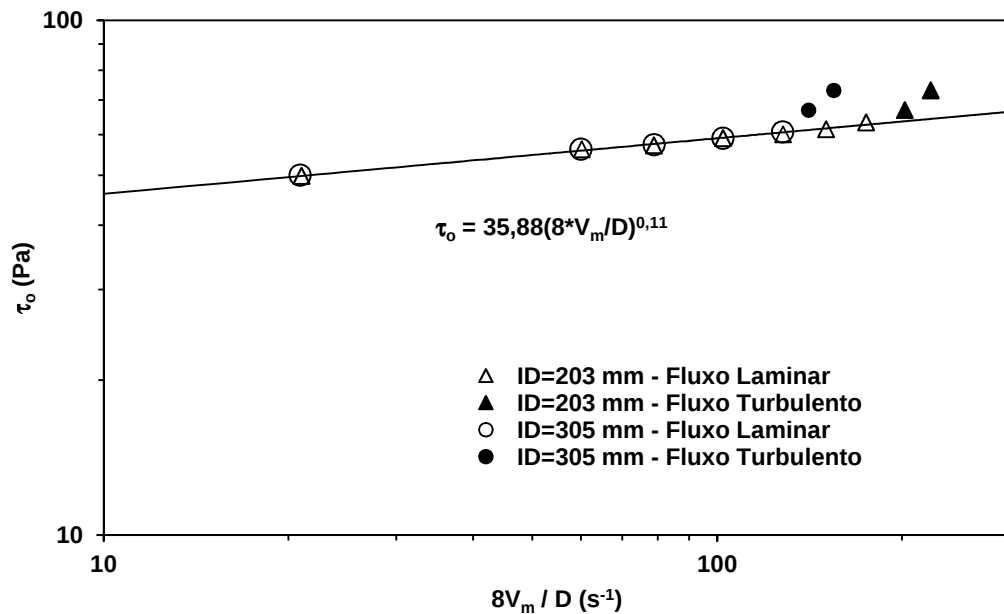


Figura 12 - Gráfico logarítmico de τ_o versus $(8V_m/D)$ - Método de Rabinowitsch-Mooney.
 Fonte: WILSON *et al.*, 2006 (adaptado pelo autor).

Considerando-se τ_o igual τ , um reograma pode ser construído plotando-se $\partial u/\partial y$ versus τ conforme mostrado na Figura 13. Polpas de minérios apresentam usualmente um comportamento plástico, no qual, para que ocorra o escoamento, é preciso a aplicação de um valor mínimo de tensão. Esse valor mínimo é conhecido como tensão limite de escoamento.

O valor da tensão limite de escoamento pode ser obtido pelo gráfico se $\partial u/\partial y$ versus τ , no ponto em que $\partial u/\partial y=0$. Assim, através da análise da curva obtida para o reograma do fluido em estudo, pode-se obter os coeficientes do modelo reológico. Os dados experimentais plotados na Figura 13 mostram que a polpa apresenta um comportamento reológico típico do Modelo de Bingham no qual μ é igual a 0,02 e τ_b possui o valor de 52,491 Pa. Essa equação, obtida a partir de dados laboratoriais, caracteriza as propriedades do fluido em regime de fluxo laminar e poderá ser usada em projetos de quaisquer dimensões.

A equação do modelo que melhor representa uma determinada polpa fluida não depende apenas da natureza do comportamento da polpa, mas também da qualidade e do intervalo de dados de viscosidade disponíveis para a polpa. Assim, uma equação relativamente simples pode ser uma maneira adequada para representar os dados de viscosidade somente ao longo de uma gama limitada da velocidade de cisalhamento. No entanto, se uma vasta gama de velocidade de

cisalhamento é coberta, uma equação complexa pode ser necessária para representar toda a gama de dados.

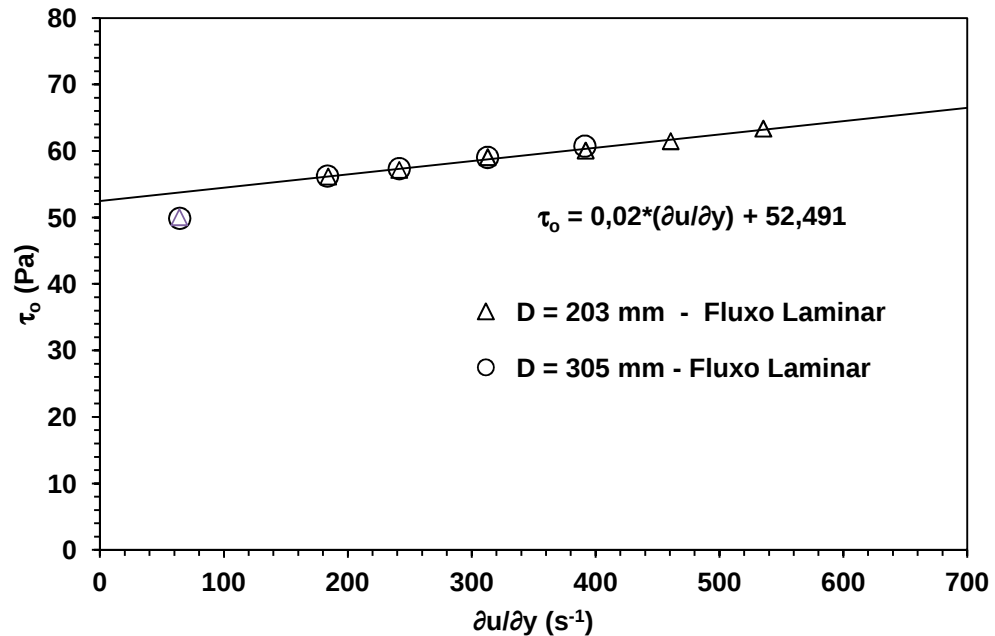


Figura 13 - Reograma obtido a partir do método de Rabinowitsch-Mooney para dados medidos em regime laminar.

Fonte: WILSON *et al.*, 2006 (adaptado pelo autor).

2.9.2.1 VISCOSIDADE EQUIVALENTE DE POLPAS NÃO-NEWTONIANAS EM REGIME TURBULENTO

Diferentemente, do fluxo em regime laminar, o fluxo em regime turbulento, possui mecanismos que podem suportar uma fração das partículas de maior tamanho. No regime turbulento o gradiente de pressão possui dois componentes: o primeiro, associado com o fluido carreador, que varia inversamente com o diâmetro da tubulação; e o segundo, associado com o contato de carregamento de sólidos, o qual é independente do diâmetro do duto. O fluido carreador pode ser entendido como toda a polpa mineral exceto as partículas que estão sujeitas a se depositar (WILSON *et al.*, 2006).

Quando plota-se os dados medidos em fluxo turbulento no reograma obtido pelo método de Rabinowitsch-Mooney torna-se evidente que o comportamento reológico da polpa fica sendo função do diâmetro da tubulação, o que impossibilita a definição de um modelo reológico adequado. A Figura 14 exemplifica um reograma

obtido pelo método de Rabinowitsch-Mooney para a polpa não-Newtoniana de Carvão apresentada inicialmente na Figura 12.

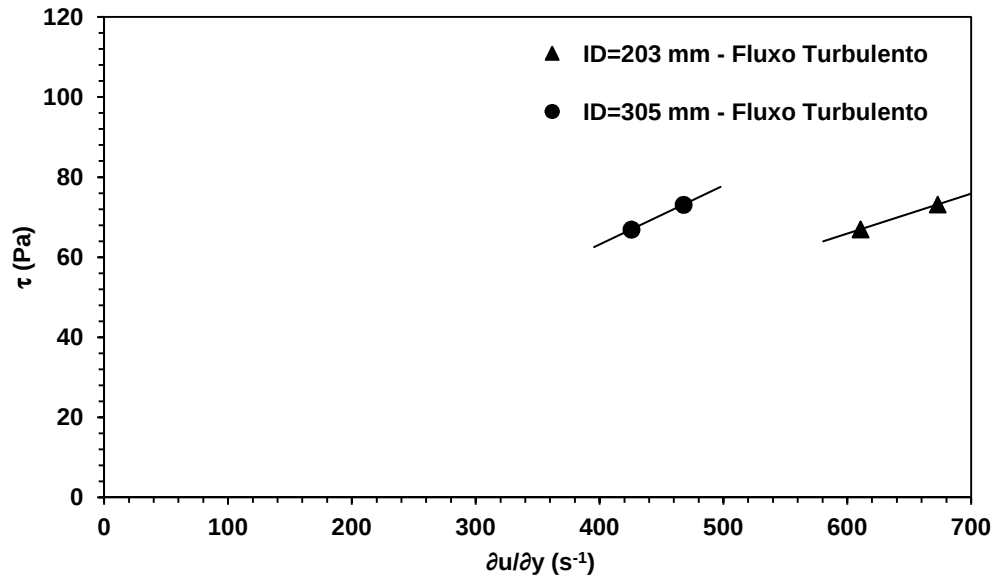


Figura 14 - Reograma obtido a partir do método de Rabinowitsch-Mooney para dados medidos em regime turbulento.

Fonte: WILSON *et al.*, 2006 (adaptado pelo autor).

Na Figura 14 verifica-se que os dados medidos em regime turbulento, nos diâmetros de 203 mm e de 305 mm, não podem juntos caracterizar um modelo reológico, que possa ser utilizado para avaliar o escoamento dessa polpa em diferentes tubulações e, assim, permitir o dimensionamento de sistemas de transferências dessa polpa.

A avaliação acima corrobora a proposta de Wilson (1988), segundo o autor o estudo do escoamento de polpas não-Newtonianas em regime de fluxo turbulento não requer modelos reológicos, sendo suficiente o cálculo, para cada ponto de dado, da viscosidade equivalente (μ_{eq}), e após expressar μ_{eq} em termos da velocidade de cisalhamento ($\dot{U}$).

A velocidade de cisalhamento ($\dot{U}$) é o parâmetro básico no fluxo turbulento (WILSON *et al.*, 2006). Esse parâmetro é uma forma de reescrever a tensão de cisalhamento na dimensão de velocidade. A velocidade de cisalhamento pode ser calculada pela Equação 29:

$$\dot{U} = \sqrt{\tau_o / \rho_m} \quad (29)$$

Em que: $\dot{U}$ é a velocidade de cisalhamento (m/s); τ_o é a tensão de cisalhamento (Pa) e ρ_m é a massa específica da mistura (kg/m³).

A viscosidade equivalente da polpa (μ_{eq}) é obtida pela integração do perfil de velocidade em regime turbulento. Nesse regime o perfil de velocidade fica com o formato mostrado na Figura 15 bastante plano no núcleo central do fluxo, mas com um alto gradiente na região da parede (WILSON *et al.*, 2006). O perfil de velocidade apresenta esse comportamento em função das “Tensões de Reynolds”, geradas pela transferência de momento no interior do fluido, dominarem as tensões puramente viscosas, exceto nas proximidades da parede.

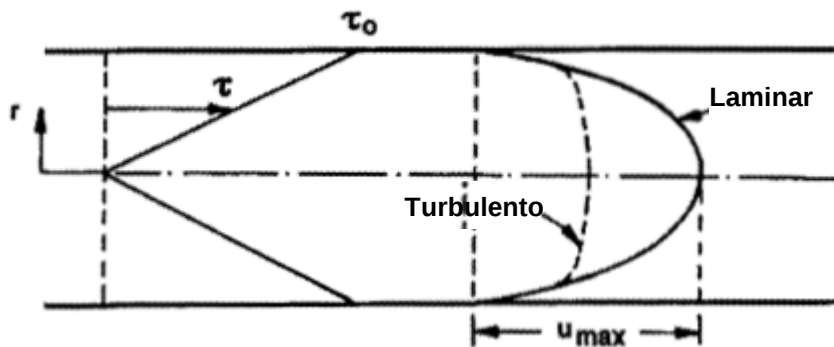


Figura 15 – Perfis de tensão e velocidade na secção transversal do duto.
Fonte: WILSON *et al.*, 2006 (adaptado pelo autor).

No regime turbulento as flutuações de velocidade associadas aos vórtices turbulentos tem a mesma ordem de magnitude da velocidade de cisalhamento. Num fluxo completamente turbulento, o gradiente de velocidade du/dy é diretamente proporcional à $\dot{U}$ e inversamente proporcional ao “comprimento de mistura”. Este comprimento é relacionado ao tamanho dos vórtices turbulentos, e para um fluxo turbulento próximo à parede do duto o comprimento de mistura é avaliado como ky , no qual y é a distância a partir da parede e k é o coeficiente de Von Karman. A velocidade local, u , obtida por integração, varia com o logaritmo de y . Se a parede do duto é hidraulicamente suave, a distribuição de velocidade é dada pela Equação 30:

$$u/\dot{U} = \frac{1}{k} * \ln(y * \dot{U}/\nu) + c \quad (30)$$

Em que: u é a velocidade local (m/s), k é a constante de Von Karman (-); y é a distancia a partir da parede (m); $\dot{U}$ é a velocidade de cisalhamento (m/s); ν é velocidade cinemática (m²/s) e c é uma constante experimental (-).

O lado esquerdo da Equação 30 é a velocidade adimensional, representada por u^+ , enquanto a razão $y * \dot{U}/\nu$ é a distância adimensional a partir da parede, denotada como y^+ . Usualmente emprega-se o valor de 0,4 para o coeficiente k e 5,5 para a constante experimental (c) no fluxo turbulento plenamente desenvolvido.

A lei logarítmica da velocidade da Equação 30 é válida somente para elevados valores de y^+ . Em pequenos valores de y^+ existe uma ‘subcamada’ imediatamente adjacente à parede suave do duto onde as tensões viscosas são mais importantes do que as tensões de Reynolds e o fluxo pode ser considerado como laminar. Como nesta região os efeitos viscosos são predominantes, $\partial u/\partial y$ é necessariamente igual a τ/μ , como mostrado na Equação 9. Esta relação resulta numa variação linear de u com y , equivalendo a afirmar que u^+ é igual a y^+ em valores pequenos de y^+ .

Esta relação para a velocidade se estende da parede ($y^+=0$) até aproximadamente $y^+=5$, como mostrado na Figura 16. Nesse ponto a turbulência começa a ser sentida. A ‘camada tampão’ (com y^+ variando de 5 até um valor entre 25 e 50 a depender do autor que se utilizar como referência) é caracterizada por uma mudança gradual para um fluxo completamente turbulento, de modo que a Equação 30 fica estritamente valida para valores de y^+ maiores que o limite da camada tampão. Embora análises matemáticas da camada tampão possam ser requeridas em tratamentos de turbulência, para a maior parte dos propósitos de engenharia é suficiente empregar um tratamento simplificado no qual é assumido ocorrer abruptamente a transição para o comportamento turbulento no ponto onde a Equação 30 intercepta a relação linear da velocidade que é aplicável nas proximidades da parede. Neste ponto tanto y^+ quanto u^+ são iguais a 11,6. Na verdade, assumi-se que a subcamada se estende da parede até $y^+=11,6$ e a Equação 30 é usada para altos valores de y^+ (WILSON *et al.*, 2006).

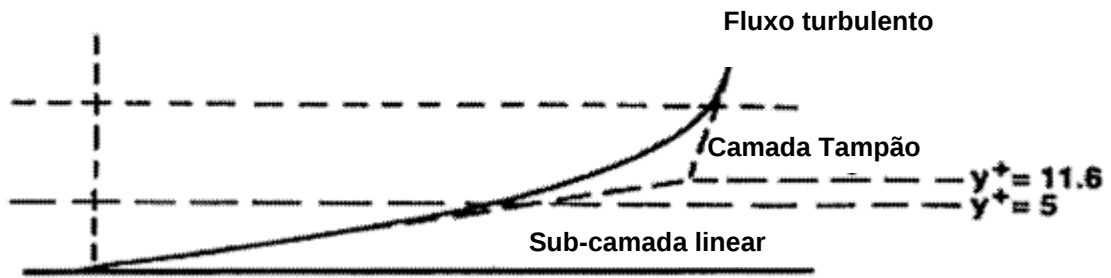


Figura 16 - Perfil de velocidade próximo da parede do duto num fluxo turbulento.

Fonte: WILSON *et al.*, 2006 (adaptado pelo autor).

Quando se aproxima do eixo do duto, o perfil de velocidade diverge um pouco da lei logarítmica da Equação 30. Modelos detalhados de fluxos turbulentos levam em consideração essa divergência, contudo nesse trabalho será utilizado o modelo de Wilson *et al.* (2006), que considera que a lei logarítmica é adequada para todo o fluxo exceto na subcamada. Essa camada ocupa geralmente uma fração muito pequena de área do duto e a velocidade média V pode ser obtido pela integração da Equação 30, o que resulta na Equação 31:

$$V/\dot{U} = 2,5 * \ln \left(\dot{U} * D / \nu \right) \quad (31)$$

Em que: V é a velocidade (m/s); D é o diâmetro do tubo (m); $\dot{U}$ é a velocidade de cisalhamento (m/s) e ν é a viscosidade cinemática (m²/s).

Para testes experimentais em fluxo não-Newtoniano turbulento todas as variáveis da Equação 31, exceto a viscosidade, estão disponíveis para cada ponto experimental. Embora a equação possa ser resolvida para a viscosidade em cada caso, a viscosidade determinada é chamada de viscosidade equivalente de fluxo turbulento, μ_{eq} (WILSON *et al.*, 2006). A Equação 31 pode ser reescrita na forma mostrada na Equação 32:

$$\mu_{eq} = \frac{\rho_m * \dot{U} * D}{\exp \left(\frac{V_m}{2,5 * \dot{U}} \right)} \quad (32)$$

Em que: V_m é a velocidade da mistura (m/s); D é o diâmetro do tubo (m); U é a velocidade de cisalhamento (m/s) e μ_{eq} é a viscosidade equivalente da polpa (Pa.s).

Embora a Equação 32 tenha sido deduzida para o fluxo turbulento Newtoniano essa equação é utilizada por Wilson (2006) para o estudo de polpas não-Newtonianas. Esta proposição está de acordo com o relatado por Slatter (1996) que descreve que apesar de, no regime laminar os fluidos Newtonianos serem muito diferentes dos fluidos não-Newtonianos, em regime turbulento o comportamento de ambos os fluidos é muito similar.

Dessa forma utilizando a Equação 29 e a Equação 32 pode-se plotar num gráfico log-log os valores calculados para $\dot{U}$ e μ_{eq} para cada ponto de dado experimental. A Figura 17 mostra os resultados dos cálculos realizados para polpas de carvão em várias concentrações, conforme ilustrado por Wilson *et. al.* (2006).

A queda acentuada das curvas de tendência na parte esquerda do gráfico (curvas tracejadas) mostra o efeito das partículas que se depositam. Esse efeito não é verificado para maiores velocidade de cisalhamento, assim as curvas de tendência ficam com um formato mais suave na parte direita do gráfico (curvas contínuas). O comportamento verificado na parte direita do gráfico pode ser considerado como uma correlação linear, o que indica uma relação de Lei de Potência, coforme mostrado na Equação 33:

$$\mu_{eq} = b * \dot{U}^{-\beta} \quad (33)$$

Em que: μ_{eq} é a viscosidade equivalente da polpa (Pa.s); $\dot{U}$ é a velocidade de cisalhamento (m/s) e b e β são coeficientes experimentais.

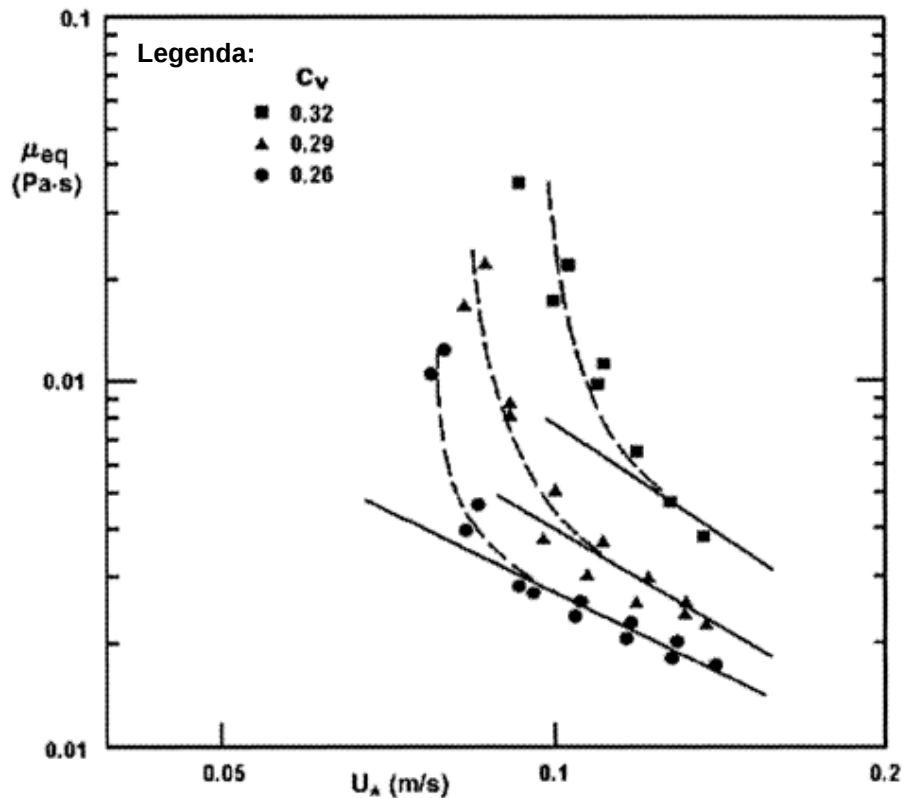


Figura 17 - Relação entre a velocidade de cisalhamento e a viscosidade equivalente para polpas heterogêneas.

Fonte: WILSON *et al.*, 2006 (adaptado pelo autor).

Assim, conhecendo-se os coeficientes b e β da mistura em estudo e, substituindo-se a Equação 33 na Equação 32, a velocidade de cisalhamento para uma dada velocidade de mistura pode ser estimada pela Equação 34. Esta equação não possui resolução analítica e deve ser resolvida por iteração.

$$\dot{U} = \frac{V_m}{2,5 * \ln\left(\frac{\rho_m * D * \dot{U}^{1+\beta}}{b}\right)} \quad (34)$$

Em que: $\dot{U}$ é a velocidade de cisalhamento (m/s); V_m é a velocidade de mistura (m/s); ρ_m é a massa específica da polpa; b e β são coeficientes experimentais.

Dessa forma, devido à dificuldade de se caracterizar reologicamente polpas exclusivamente compostas de partículas grossas, por estas sedimentarem em métodos tradicionais como ensaios em reômetros, se faz necessário a busca de outras técnicas de caracterização de polpas que não necessitem de modelos

reológicos, como por exemplo, através de ensaios de bombeamento. De maneira que, mediante o uso dos coeficientes reológicos obtidos por ensaios de bombeamento, seja possível realizar o escalonamento dos dados de perda de carga, medidos em laboratório, para maiores diâmetros de tubulação, trazendo informações essenciais para o dimensionamento de sistemas industriais de transporte das polpas contendo partículas grossas.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 MATERIAIS

Neste trabalho, foram utilizados os dados obtidos experimentalmente por Souza Pinto (2012). Com o uso de duas unidades experimentais este autor mediu a perda de carga nos diâmetros internos de tubulação de 25,4 mm e de 50,8 mm, em diferentes vazões para polpas minerais de minério de quartzo, concentrado de hematita e concentrado de apatita, variando os diâmetros de partícula e as concentrações volumétricas, tendo como fluido-base a água.

3.1.1 PROPRIEDADES DAS POLPAS ESTUDADAS

As Tabelas de 5 a 7 apresentam as concentrações e os diâmetros de partícula das polpas estudadas. Nessas tabelas pode-se verificar que Souza Pinto (2012) não utilizou em seus experimentos as frações de menor tamanho de partícula, o que significa que o seu trabalho foi direcionado ao estudo de escoamento de polpas contendo principalmente partículas grossas. Maiores informações sobre as polpas estudadas podem ser obtidas no trabalho desenvolvido por Souza Pinto (2012).

Tabela 5 - Características das polpas de minério quartzo estudadas por Souza Pinto (2012).

Diâmetro de partícula Sauter µm	Intervalo granulométrico µm	Concentração volumétrica %	Massa específica kg/m³
132	-149+105	14	1.226
		20	1.326
		27	1.444
265	-297+210	14	1.226
		20	1.326
		27	1.444

Fonte: SOUZA PINTO, 2012 (adaptado pelo autor).

Tabela 6 - Características das polpas de concentrado de apatita estudadas por Souza Pinto (2012).

Diâmetro de partícula Sauter µm	Intervalo granulométrico µm	Concentração volumétrica %	Massa específica kg/m³
151	-149+105	12	1.257
		18	1.374
		24	1.576
295	-297+210	12	1.257
		18	1.374
		24	1.576

Fonte: SOUZA PINTO, 2012 (adaptado pelo autor).

Tabela 7 - Características das polpas de concentrado de hematita estudadas por Souza Pinto (2012).

Diâmetro de partícula Sauter µm	Intervalo granulométrico µm	Concentração volumétrica %	Massa específica kg/m³
163	-149+105	8	1.314
		12	1.467
		17	1.661
336	-297+210	8	1.314
		12	1.467
		17	1.661

Fonte: SOUZA PINTO, 2012 (adaptado pelo autor).

3.1.2 UNIDADE EXPERIMENTAL

A Figura 18 apresenta uma ilustração das unidades experimentais de bombeamento de polpas minerais utilizadas por Souza Pinto (2012) e a Tabela 8 detalha os nomes dos componentes das unidades experimentais. Maiores detalhes das unidades experimentais utilizadas nos ensaios podem ser obtidos no trabalho desenvolvido por Souza Pinto (2012).

Tabela 8 - Componentes da unidade experimental.

Item	Descrição	Item	Descrição
01	Bomba Centrífuga	06	Calha distribuidora
02	Dispositivo quebra-bolha	07	Válvulas do manômetro em U
03	Tanque de alimentação com agitação	08	Anéis piezométricos
04	Inversores de frequência	09	Sistema de pressurização do manômetro
05	Tubulação e conexões	10	Tubos de saída para limpeza do manômetro

Fonte: SOUZA PINTO, 2012. Adaptado pelo autor.

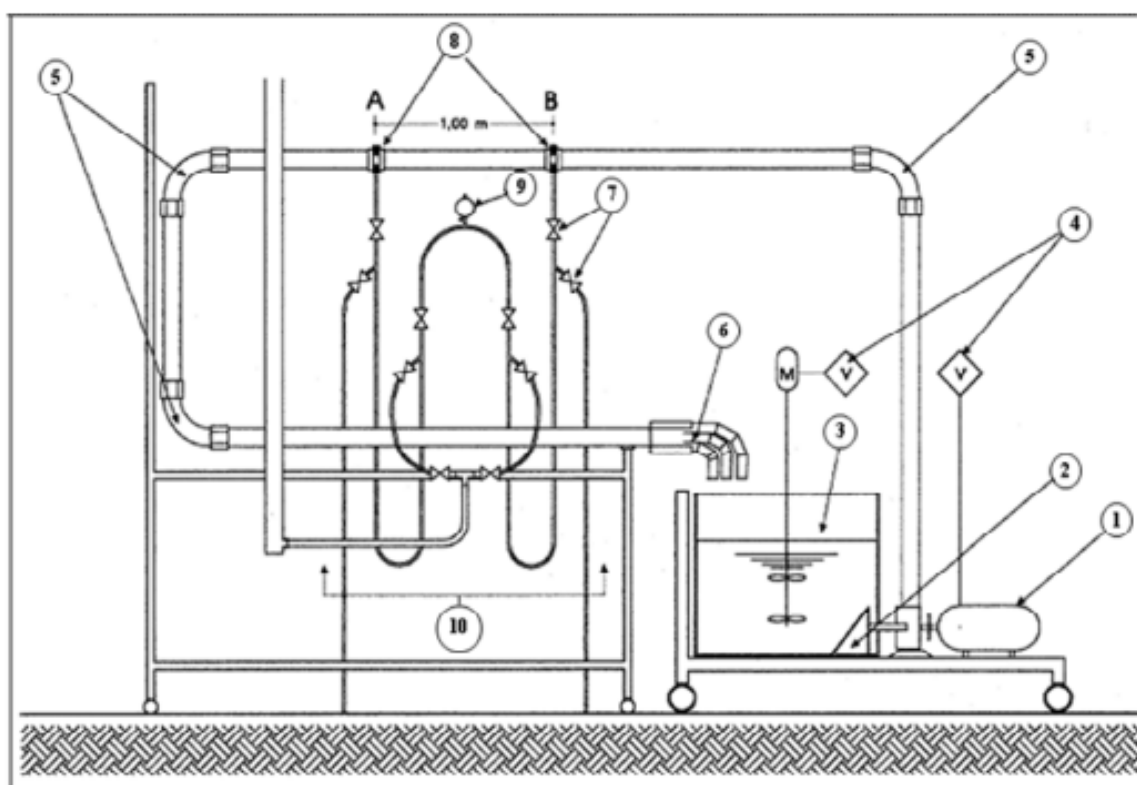


Figura 18 - Ilustração da unidade experimental de bombeamento de polpas minerais utilizada por Souza Pinto (2012).

Fonte: SOUZA PINTO, 2012.



Figura 19 – Registro fotográfico da unidade experimental de bombeamento de polpas minerais com diâmetro de 25,4 mm.
Fonte: SOUZA PINTO, 2012.



Figura 20 – Registro fotográfico da unidade experimental de bombeamento de polpas minerais com diâmetro de 50,8 mm.
Fonte: SOUZA PINTO, 2012.

3.1.3 DADOS EXPERIMENTAIS

As Figuras 21 a 23 apresentam os resultados de perda de carga VS velocidade de mistura que foram obtidos, para as polpas estudas, nos experimentos realizados por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de tubo de 25,4 mm e 50,8 mm. Maiores informações sobre os dados experimentais podem ser obtidas no trabalho desenvolvido por Souza Pinto (2012).

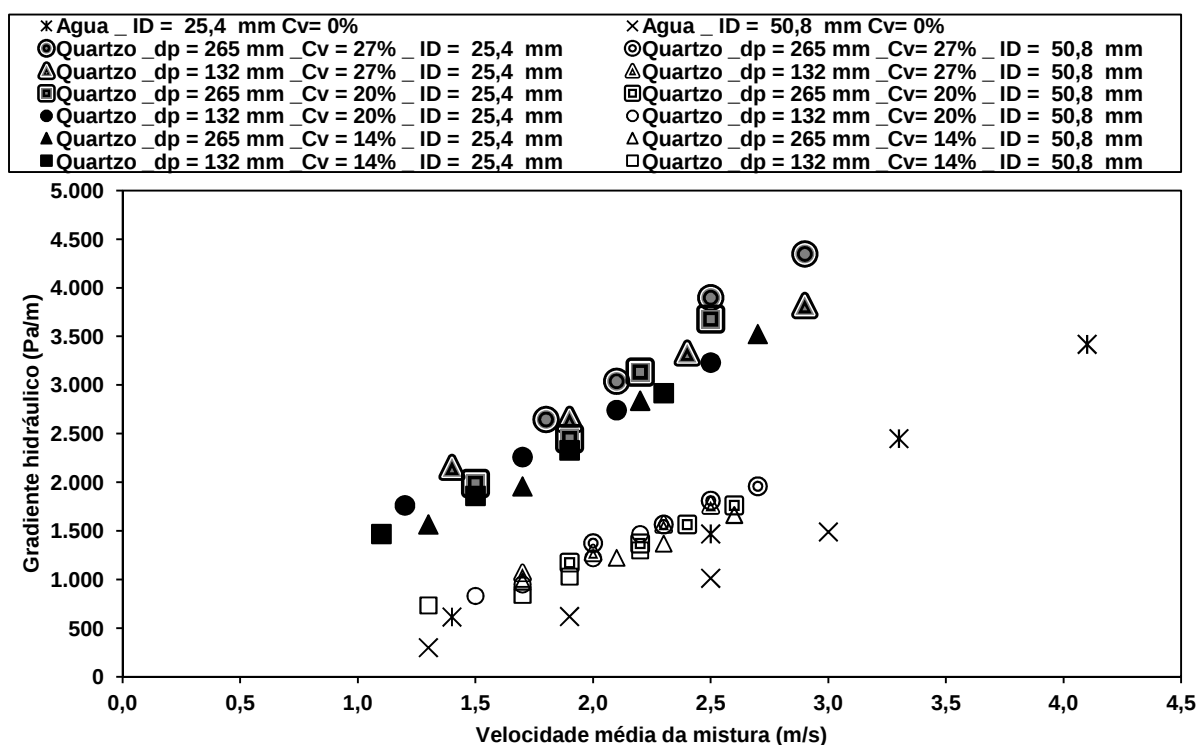


Figura 21 – Dados de perda de carga em diferentes velocidades obtidos por Souza Pinto (2012) para polpas de minério de quartzo em dutos com diâmetros internos (ID) de 25,4 mm e 50,8 mm.

Fonte: SOUZA PINTO, 2012 (adaptado pelo autor).

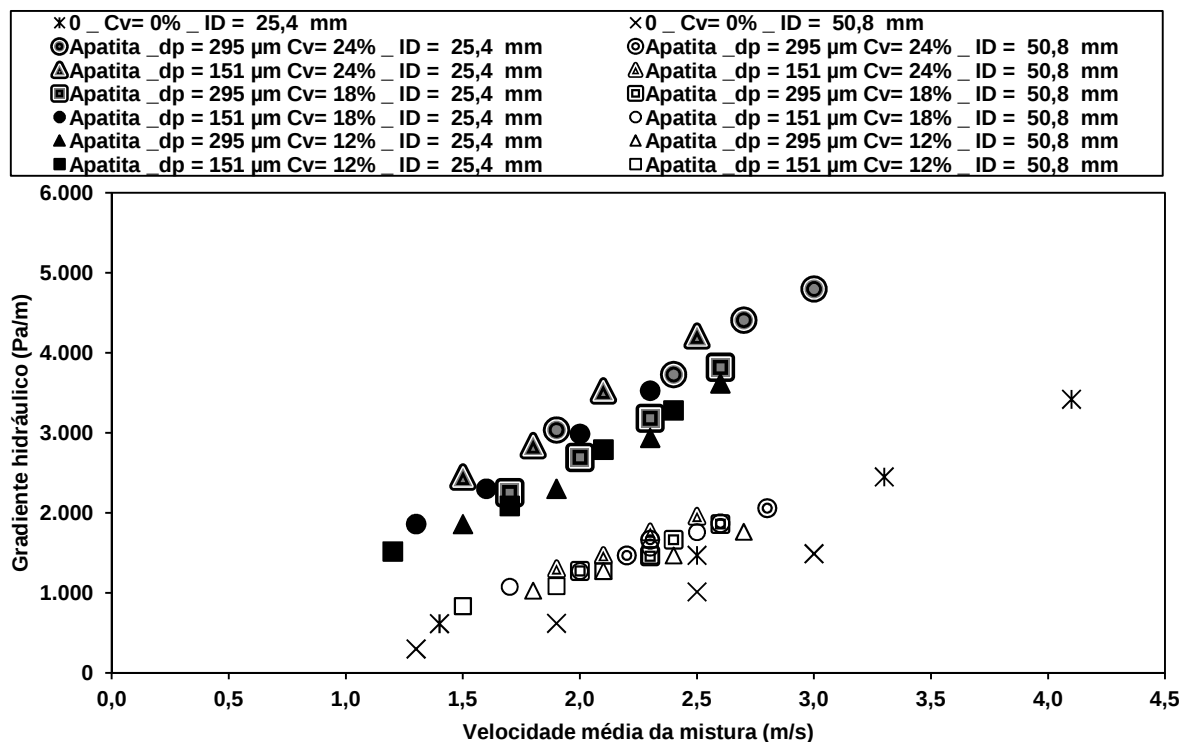


Figura 22 – Dados de perda de carga em diferentes velocidades obtidos por Souza Pinto (2012) para polpas de concentrado de apatita em dutos com diâmetros internos (ID) de 25,4 mm e 50,8 mm.

Fonte: SOUZA PINTO, 2012 (adaptado pelo autor).

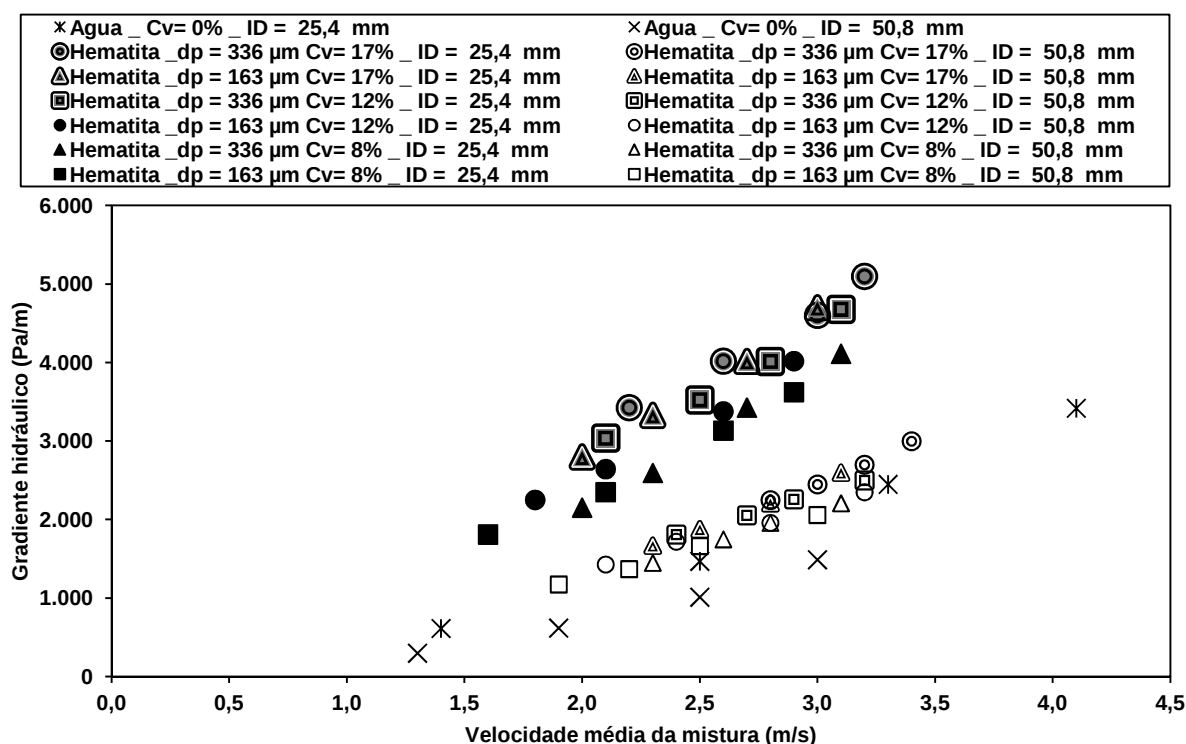


Figura 23 – Dados de perda de carga em diferentes velocidades obtidos por Souza Pinto (2012) para polpas de concentrado de hematita em dutos com diâmetros internos (ID) de 25,4 mm e 50,8 mm.

Fonte: SOUZA PINTO, 2012 (adaptado pelo autor).

3.2 MÉTODOS

A resolução das equações, envolvidas na determinação dos parâmetros reológicos das polpas estudadas e do escalonamento da perda de carga a partir desses coeficientes, foi automatizada numa planilha do *software* EXCEL.

Nessa planilha foi criado um campo para se inserir os dados necessários ao cálculo da tensão de cisalhamento (τ), da velocidade de cisalhamento ($\dot{U}$) e da viscosidade equivalente (μ_{eq}). Nesse campo, mostrado na Figura 24, a partir dos dados da polpa mineral (massa específica, ρ_m) e dos dados experimentais: diâmetro da unidade experimental (D_1), velocidade da mistura, $(V_m)_{exp}$, e gradiente de pressão, $(dP/dx)_{exp}$, são calculados, para cada ponto experimental, os valores de τ , empregando a Equação 12, de U , utilizando a Equação 29, e da μ_{eq} , com o uso da Equação 32.

$(V_m)_{exp}$ (m/s)	$(DP/Dx)_{exp}$ Pa/m	D_1 mm	ρ_m kg/m ³	τ_o Pa	$\dot{U}$ m/s	μ_{eq} Pa.s

Figura 24 – Campo para preenchimento de dados da polpa e dados dos ensaios para determinação de τ_o , $\dot{U}$ e μ_{eq} .

Utilizando os dados calculados no campo mostrado na Figura 24 a planilha gera um gráfico no qual se pode verificar a correlação existente entre os valores de $\dot{U}$ e de μ_{eq} , conforme apresentado na Figura 25. A partir da curva de tendência, que se ajusta aos valores experimentais de $\dot{U}$ e μ_{eq} , são obtidos os valores dos coeficientes (b e β) da Equação 33.

Na mesma planilha foi criado um campo para se calcular, utilizando os valores de b e β e a Equação 34, os valores previstos de velocidade de cisalhamento, $(\dot{U})_{calc.}$, para outro diâmetro (D_2) em diferentes velocidades (V_m), conforme detalhado na Equação 35. Esse campo é mostrado na Figura 26.

$$(\dot{U})_{calc} = \frac{V_m}{2,5 * \ln \left(\frac{\rho_m * D_2 * (\dot{U})_{est}^{1+\beta}}{b} \right)} \quad (35)$$

Em que: b e β são coeficientes experimentais; D_2 é o diâmetro do tubo que se deseja escalonar os dados (m); ρ_m é a massa específica da mistura (kg/m³); V_m é a velocidade da mistura (m/s); $(\dot{U})_{est}$ é a velocidade de cisalhamento estimada para se iniciar o processo de iterativo e $(\dot{U})_{calc}$ é a velocidade de cisalhamento calculada pela equação após o processo iterativo.

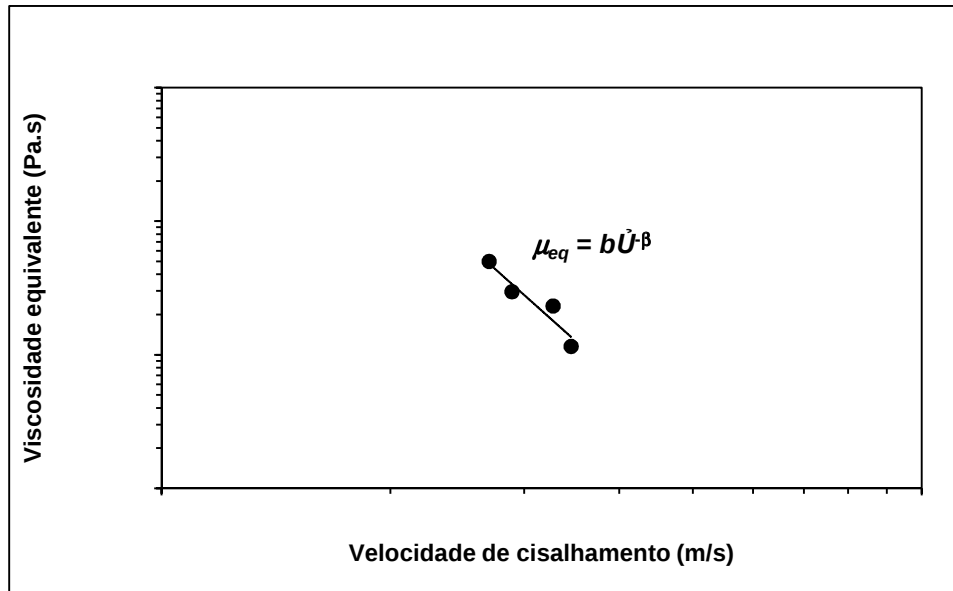


Figura 25 – Ilustração do gráfico gerado para se obter os coeficientes da Equação 33.

Dado que a Equação 35 deve ser resolvida por iteração, foi criada uma sub rotina em *Visual Basic* para resolver essa equação de forma que o Erro da diferença entre $\dot{U}$ estimado, $(\dot{U})_{est}$, e o $\dot{U}$ calculado, $(\dot{U})_{calc}$, seja próximo de zero, conforme mostrado na Figura 27. O calculo do erro numérico é realizado conforme mostrado na Equação 36:

$$Err Num = 100 * \frac{(\dot{U})_{calc.} - (\dot{U})_{est.}}{(\dot{U})_{calc.}} \quad (36)$$

Sendo: *Err Num* o erro numérico do processo iterativo (%); $(\dot{U})_{est.}$ a velocidade de cisalhamento estimada para se iniciar o processo de iterativo (m/s) e $(\dot{U})_{calc.}$ a velocidade de cisalhamento calculada pela equação após o processo iterativo (m/s).

No campo apresentado na Figura 26 é calculado também, para cada velocidade de mistura (V_m), o valor do gradiente de pressão previsto $(dP/dx)_{previsto}$, a partir do valor da velocidade de cisalhamento calculada, $(\dot{U})_{calc.}$.

O calculo do $(dP/dx)_{previsto}$ é realizado empregando-se a Equação 37, a qual é obtida substituindo-se a Equação 12 na Equação 29 e após reorganizando a equação para deixar o termo $(dP/dx)_{previsto}$ em evidência.

$$\left(\frac{dP}{dx}\right)_{previsto} = \frac{4 * (\dot{U})_{calc.} * \rho_m}{D_2} \quad (37)$$

Em que: $(dP/dx)_{previsto}$ é o gradiente de pressão previsto pelo método (Pa/m); $(\dot{U})_{calc.}$ é a velocidade de cisalhamento calculada (m/s); D_2 é o diâmetro do tubo que se deseja escalonar os dados (m); ρ_m é a massa específica da mistura (kg/m³).

(V_m) (m/s)	D_2 mm	ρ_m kg/m ³	b	β	$(\dot{U})_{est.}$ m/s	$(\dot{U})_{calc.}$ m/s	Erro Num %	$(dP/dx)_{previsto}$ Pa/m

Figura 26 – Campo da planilha EXCEL utilizado para se calcular os valores previstos de $\dot{U}$ para diferentes velocidades num diâmetro interno maior, utilizando-se os valores de b e β .

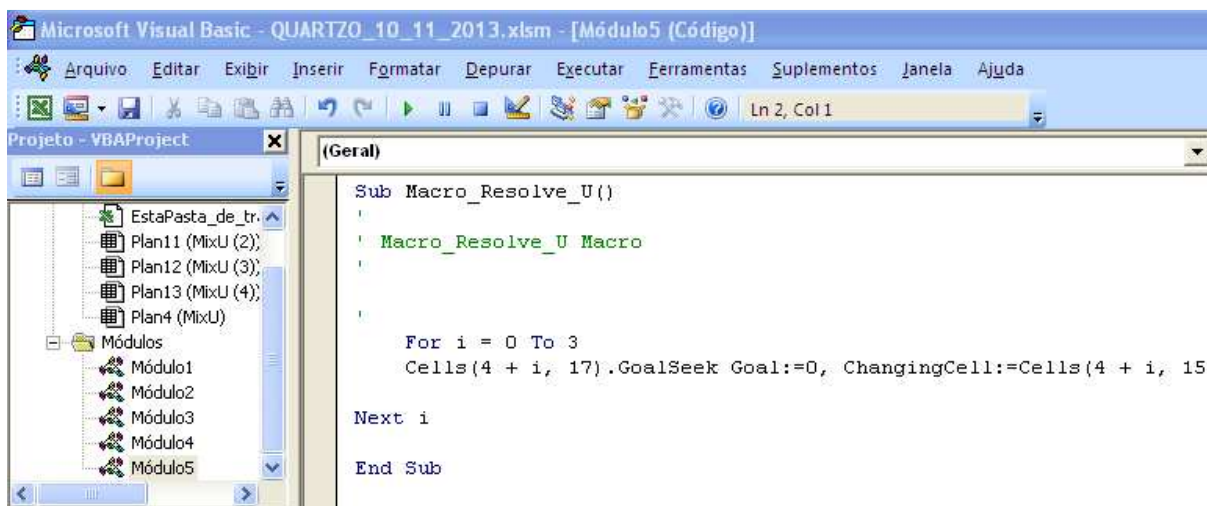


Figura 27 – Sub rotina criada em *Visual Basic* para Equação 35.

De forma a possibilitar a avaliação do método foram utilizados os dados de velocidade de mistura referentes aos dados experimentais medidos por Souza Pinto (2012) para as mesmas polpas no diâmetro de 50,8 mm. Assim, pôde-se comparar os valores previstos para o gradiente de pressão, $(dP/dx)_{previsto}$, com os valores de gradientes de pressão experimentais, $(dP/dx)_{exp}$, para cada velocidade de mistura (V_m). Para tanto, na planilha foi gerado um campo de comparação entre os dados experimentais e os previstos, no qual é calculado o Erro percentual do método, conforme ilustrado na Figura 28. A Equação 38 apresenta o cálculo realizado para se avaliar o erro encontrado na estimativa da perda de carga em cada velocidade de mistura.

$$Erro\ método = 100 * \frac{\left(\frac{dP}{dx}\right)_{exp} - \left(\frac{dP}{dx}\right)_{Previsto}}{\left(\frac{dP}{dx}\right)_{exp}} \quad (38)$$

Sendo: $(dP/dx)_{exp}$ o gradiente de pressão experimental (Pa/m); $(dP/dx)_{Previsto}$ o gradiente de pressão previsto pelo método (Pa/m) e *Erro método* o erro encontrado na previsão da perda de carga (%).

$(V_m)_{exp}$ (m/s)	$(DP/Dx)_{exp}$ Pa/m	$(dP/dx)_{previsto}$ Pa/m	Erro método %

Figura 28 – Campo de comparação entre os valores previstos para o gradiente de pressão e o valor de gradiente de pressão experimental para cada velocidade de mistura.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

As Figuras de 29 a 34 apresentam as curvas que correlacionam os valores de viscosidade equivalente (μ_{eq}) com os valores da velocidade de cisalhamento ($\dot{U}$), obtidos a partir dos dados experimentais de velocidade de mistura e de gradiente de pressão medidos por Souza Pinto (2012) no diâmetro de tubo de 25,4 mm para as polpas de minério de quartzo com as concentrações volumétricas de 14%, 20% e 27% e diâmetros de partícula de 132 μm e 265 μm .

No APÊNDICE A constam as Tabelas de 12 a 17 que apresentam os valores calculados de $\dot{U}$ e μ_{eq} que estão plotados nas Figuras de 29 a 34, bem como os valores experimentais utilizados nos cálculos.

As Figuras de 29 a 34 mostram que todas as polpas de minério de quartzo avaliadas apresentam indícios de possuir um comportamento pseudoplástico, ou seja, o aumento da tensão de cisalhamento ocasiona uma redução da viscosidade equivalente dessas polpas.

A partir dos dados experimentais plotados nas Figuras de 29 a 34 foram obtidas as equações das curvas de ajuste que correlacionam os dados de μ_{eq} com $\dot{U}$. A Tabela 9 mostra um quadro resumo com os coeficientes b e β das curvas de ajuste para as polpas de minério de quartzo em estudo.

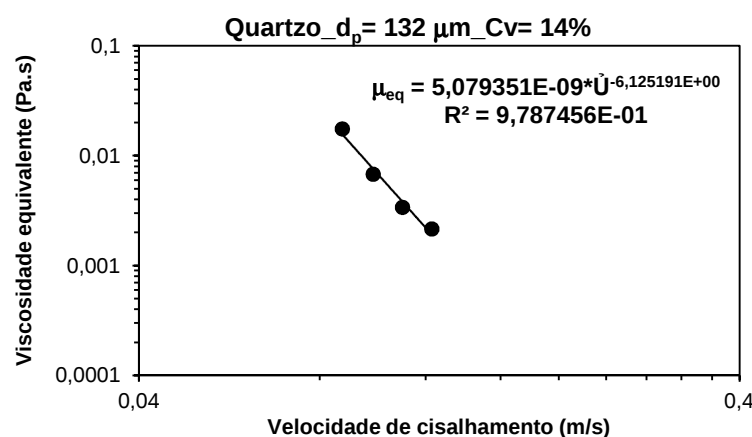


Figura 29 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 132 μm e concentração volumétrica de 14 %.

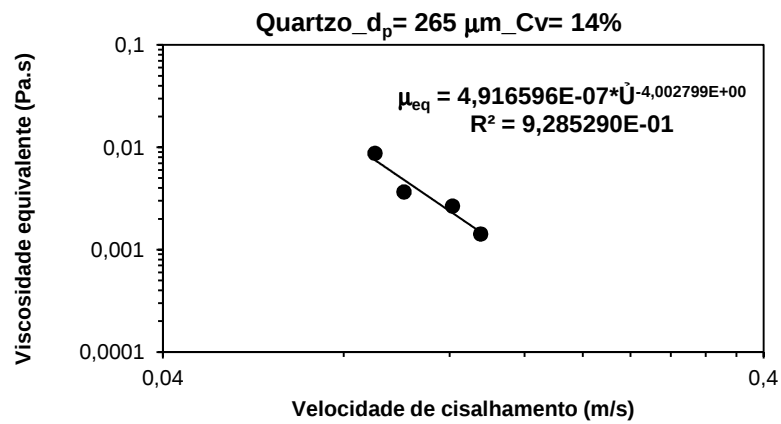


Figura 30 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de $265 \mu\text{m}$ e concentração volumétrica de 14 %.

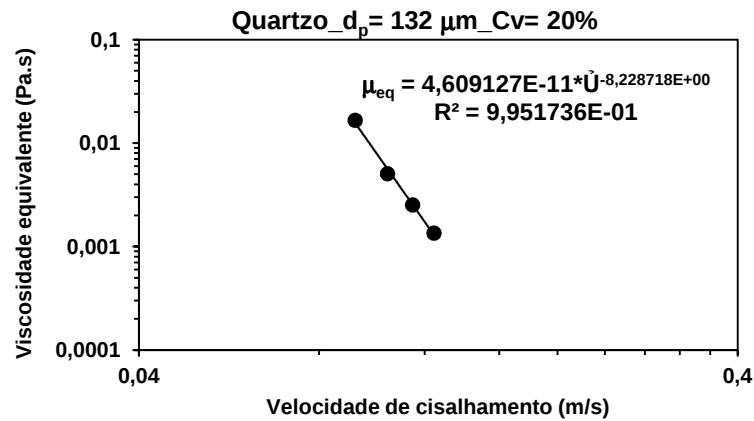


Figura 31 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de $132 \mu\text{m}$ e concentração volumétrica de 20 %.

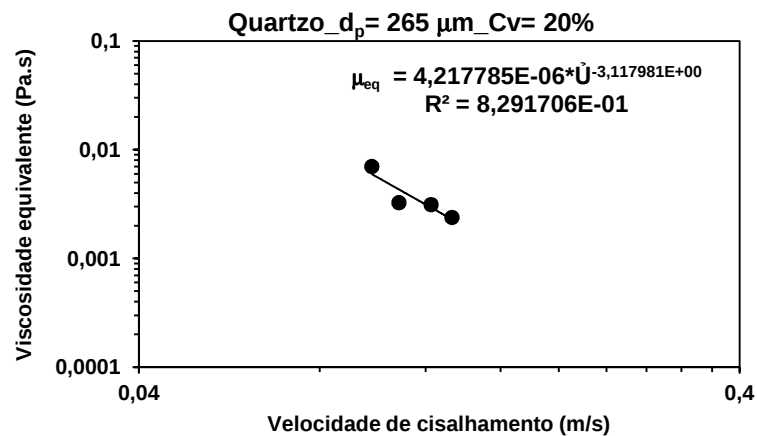


Figura 32 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de $265 \mu\text{m}$ e concentração volumétrica de 20 %.

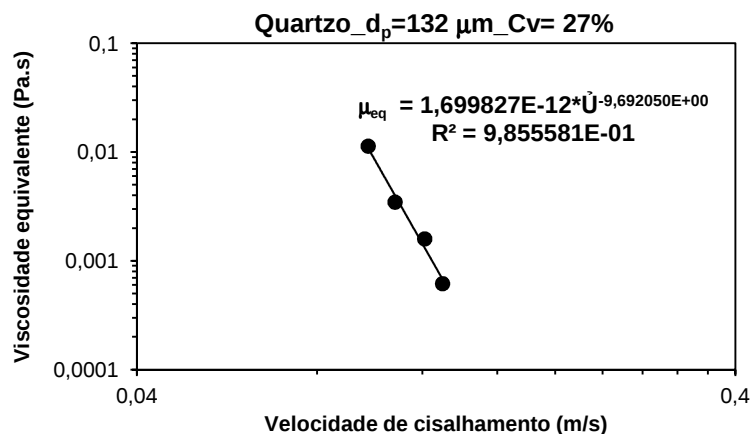


Figura 33 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 132 μm e concentração volumétrica de 27 %.

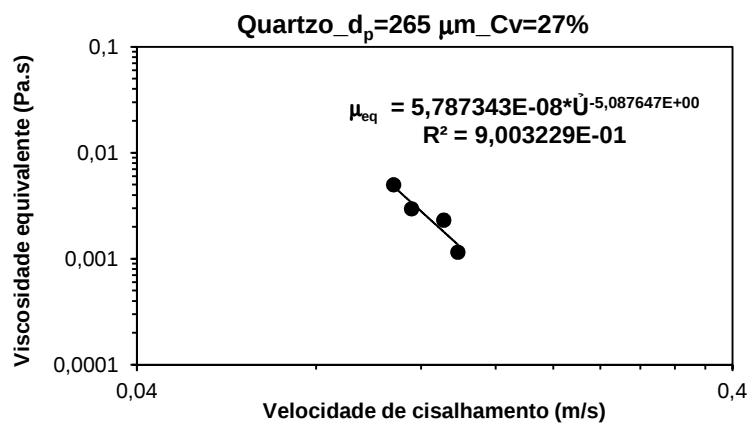


Figura 34 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 265 μm e concentração volumétrica de 27 %.

Tabela 9 - Quadro resumo dos coeficientes b e β obtidos a partir das curvas de ajuste dos dados de μ_{eq} e $\dot{U}$ para polpas de minério de quartzo.

Polpa mineral				b	β
Quartzo	$C_v = 14\%$	$d_p = 132 \mu\text{m}$		5,08E-09	6,13E+00
Quartzo	$C_v = 14\%$	$d_p = 265 \mu\text{m}$		4,92E-07	4,00E+00
Quartzo	$C_v = 20\%$	$d_p = 132 \mu\text{m}$		4,61E-11	8,23E+00
Quartzo	$C_v = 20\%$	$d_p = 265 \mu\text{m}$		4,22E-06	3,12E+00
Quartzo	$C_v = 27\%$	$d_p = 132 \mu\text{m}$		1,70E-12	9,69E+00
Quartzo	$C_v = 27\%$	$d_p = 265 \mu\text{m}$		5,79E-08	5,09E+00

Os valores de b e β , obtidos para cada polpa, foram inseridos na Equação 35 para se calcular a velocidade de cisalhamento prevista, no diâmetro de tubo de 50,8 mm (D_2), para diferentes velocidades de mistura (V_m). A partir da velocidade de cisalhamento calculada, $(\dot{U})_{calc}$, e empregando-se a Equação 37, foi obtido o valor previsto de perda de carga, $(dP/dx)_{previsto}$, para cada velocidade de mistura no tubo de 50,8 mm.

As Figuras 35 a 40 apresentam os valores de velocidade de mistura e de perda de carga medidos por Souza Pinto (2012) no diâmetro de 25,4 mm que foram utilizados para estimar os valores de perda de carga para o diâmetro de 50,8 mm, que também são apresentados nestas figuras. Adicionalmente, nestas figuras estão plotados os dados medidos por Souza Pinto (2012) no diâmetro de 50,8 mm. Pela análise qualitativa dessas figuras pode-se ver que os dados previstos para a perda de carga no diâmetro de 50,8 mm apresentam uma boa adesão aos dados medidos experimentalmente neste diâmetro.

Dado que as velocidades de mistura utilizadas para estimar a perda de carga no diâmetro de 50,8 mm, foram exatamente as velocidades de mistura medidas para cada polpa nos experimentos de Souza Pinto (2012), foi possível comparar numericamente os dados de perda de carga calculados, através dos coeficientes reológicos, com os dados experimentais medidos no diâmetro de tubo de 50,8 mm. Essa comparação é mostrada na Figura 41. Nessa figura pode-se perceber que o erro de escalonamento, realizado a partir do uso dos coeficientes reológicos de cada polpa, é inferior a $\pm 15\%$.

Os erros relativos ao cálculo da perda de carga em cada velocidade de mistura, para cada polpa de minério de quartzo, podem ser visualizados nas Tabelas de 12 a 17 que constam no APÊNDICE A.

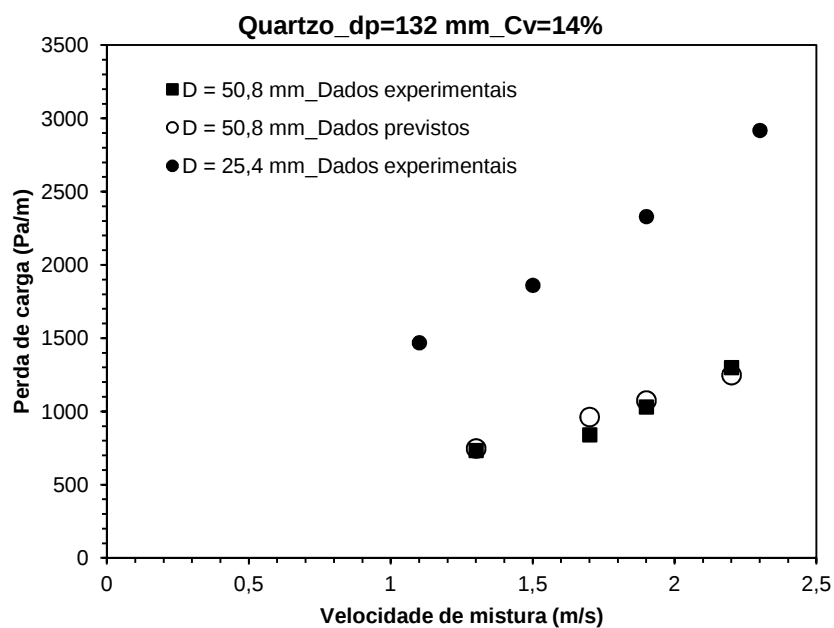


Figura 35 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 132 μ m e concentração volumétrica de 14 %.

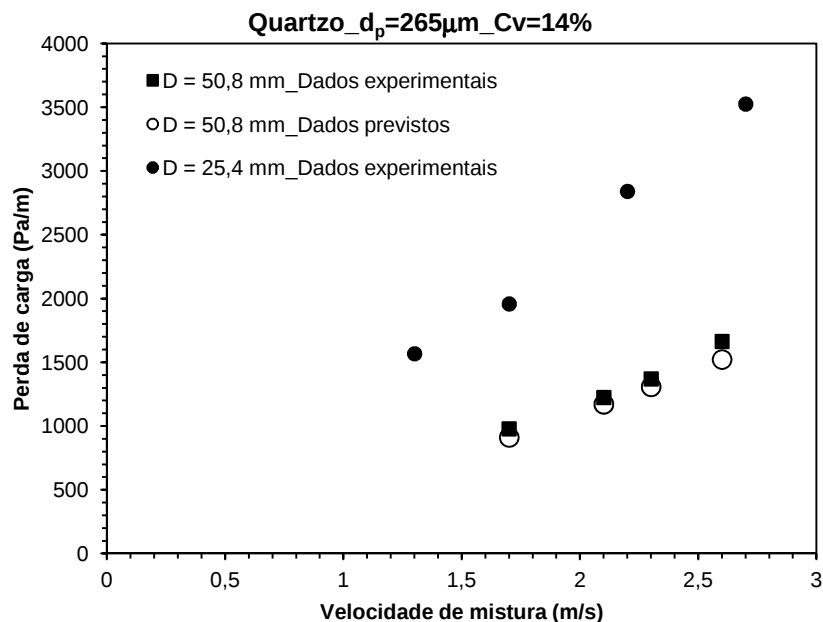


Figura 36 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 265 μ m e concentração volumétrica de 14 %.

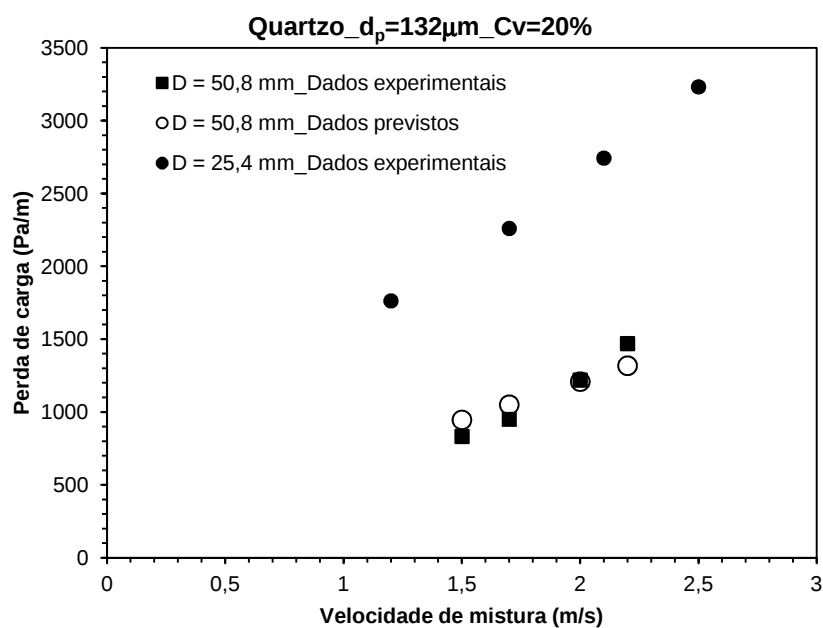


Figura 37 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 132 μm e concentração volumétrica de 20 %.

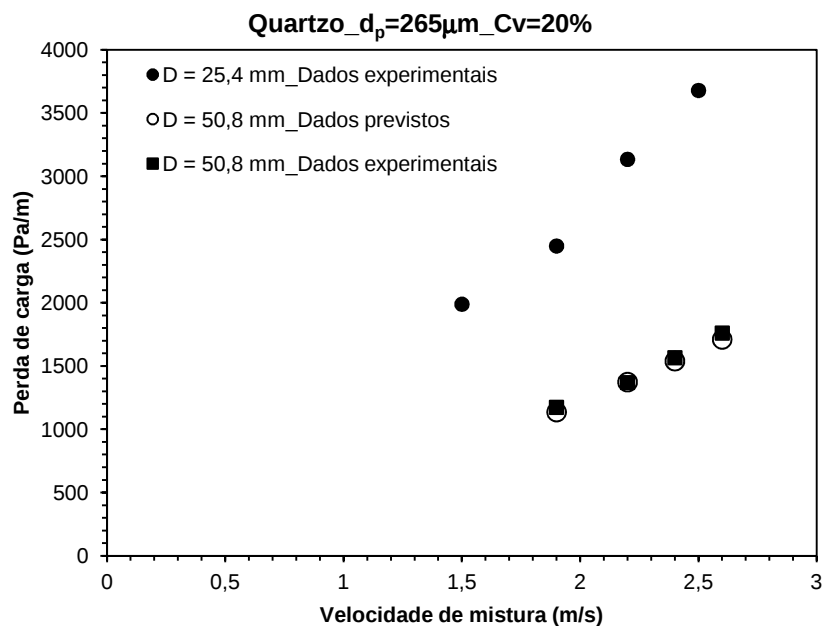


Figura 38 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 265 μm e concentração volumétrica de 20 %.

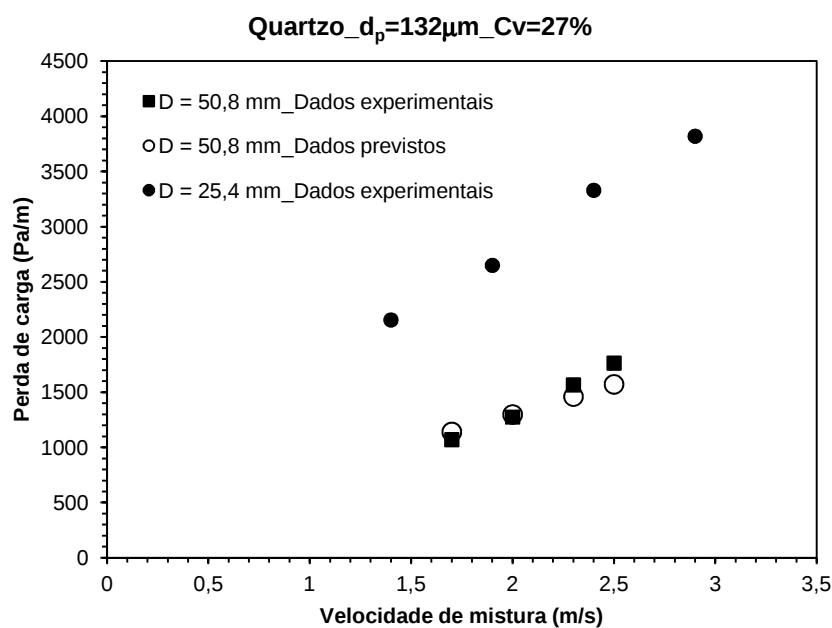


Figura 39 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 132 μm e concentração volumétrica de 27 %.

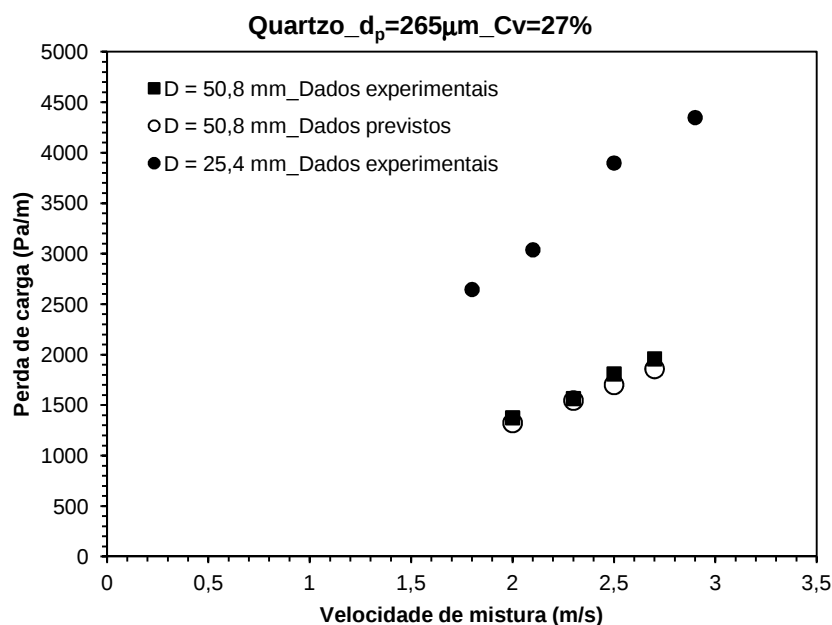


Figura 40 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula Sauter de 265 μm e concentração volumétrica de 27 %.

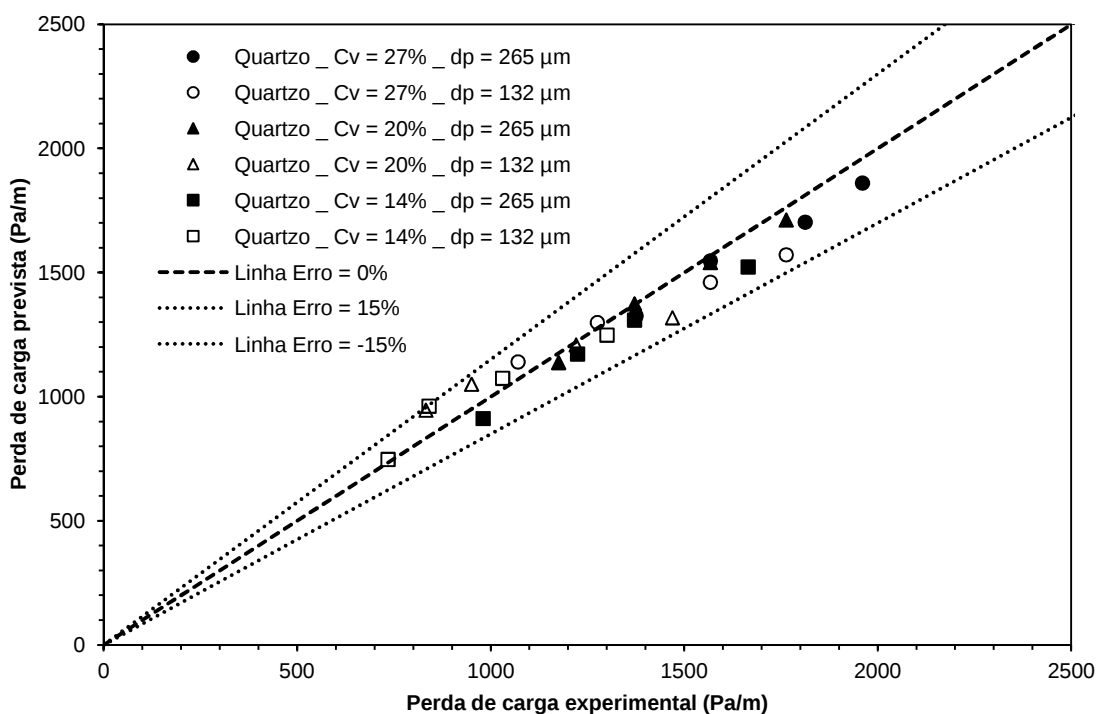


Figura 41 - Comparação entre os dados experimentais de perda de carga obtidos para as polpas de minério de quartzo em estudo no diâmetro de 50,8 mm e os dados calculados por escalonamento para o diâmetro de 50,8 mm.

Nas Figuras 42 a 47 são apresentadas as curvas que correlacionam os valores de viscosidade equivalente (μ_{eq}) com os valores da velocidade de cisalhamento ($\dot{U}$) obtidos a partir dos dados experimentais de velocidade de mistura e de perda de carga medidos por Souza Pinto (2012) no diâmetro de tubo de 25,4 mm para polpas de concentrado de apatita com as concentrações volumétricas de 12%, 18% e 24% e diâmetros de partícula de Sauter de 151 μm e 295 μm .

No APÊNDICE A constam as Tabelas de 18 a 23 que apresentam os valores calculados para $\dot{U}$ e μ_{eq} que estão plotados nas Figuras de 42 a 47, bem como os valores experimentais utilizados nos cálculos.

As Figuras 42 a 47 mostram que todas as polpas de concentrado de apatita avaliadas apresentam indícios de possuir um comportamento pseudoplástico, isto é, o aumento e tensão de cisalhamento ocasiona uma redução da viscosidade equivalente dessas polpas.

A partir dos dados experimentais plotados nas Figuras 42 a 47 foram obtidas as curvas de ajuste que correlacionam os dados de μ_{eq} com $\dot{U}$. A Tabela 10 mostra um quadro resumo com os coeficientes b e β das curvas de ajuste para as polpas de concentrado de apatita em estudo.

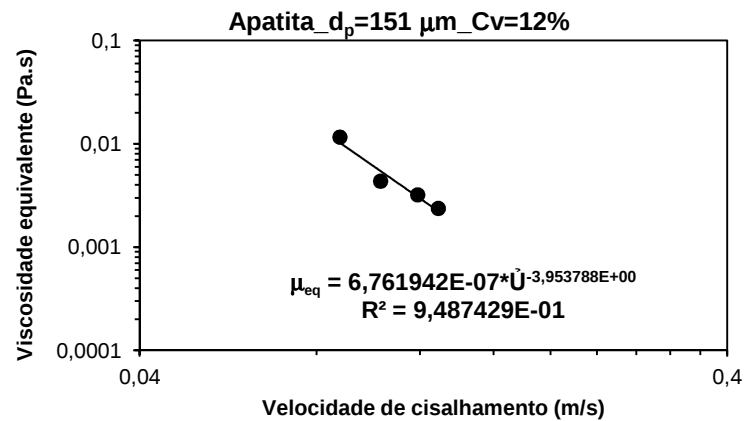


Figura 42 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 151 μm e concentração volumétrica de 12 %.

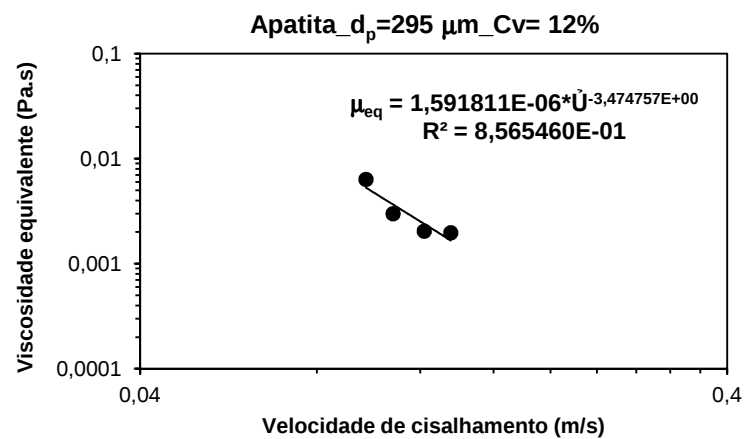


Figura 43 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 295 μm e concentração volumétrica de 12 %.

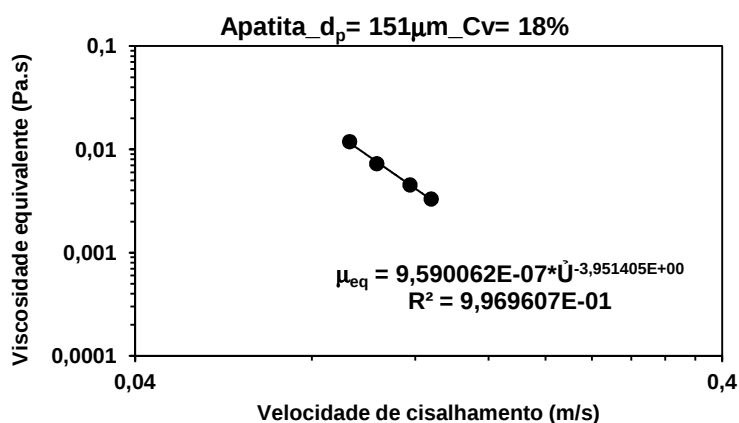


Figura 44 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 151 μm e concentração volumétrica de 18 %.

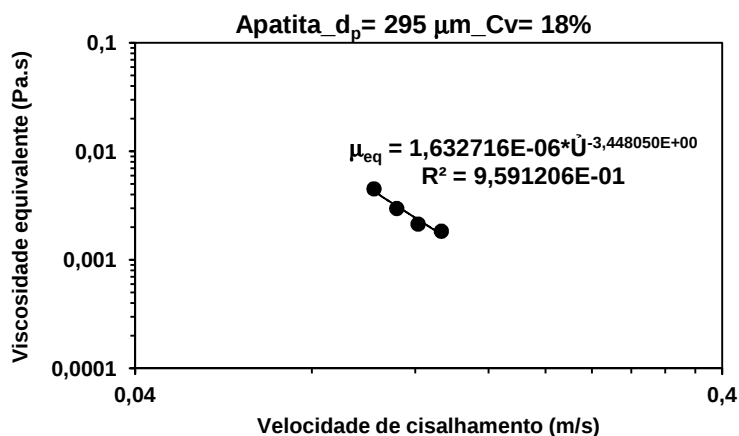


Figura 45 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 295 μm e concentração volumétrica de 18 %.

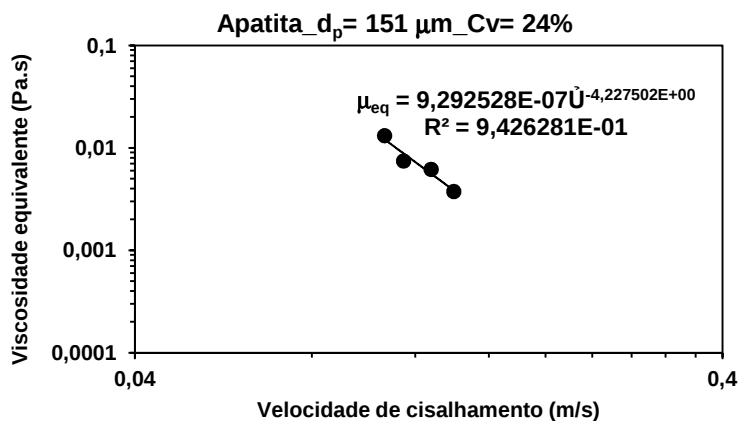


Figura 46 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 151 μm e concentração volumétrica de 24 %.

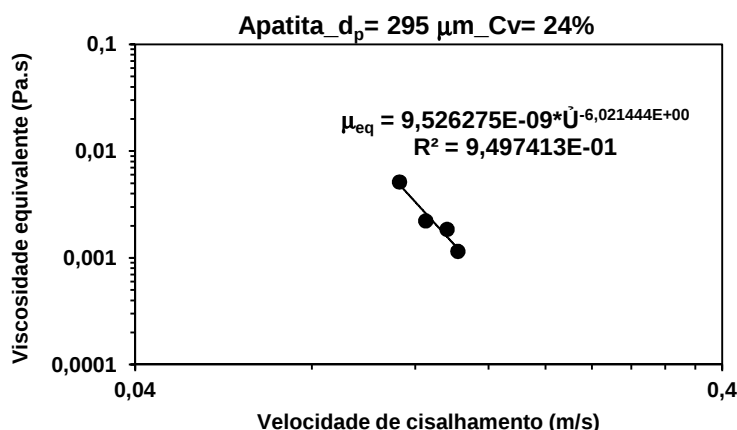


Figura 47 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 295 μm e concentração volumétrica de 24 %.

Tabela 10 - Quadro resumo dos coeficientes b e β obtidos a partir das curvas de ajuste dos dados de μ_{eq} e $\dot{U}$ para polpas de concentrado de apatita.

Polpa mineral				b	β
Apatita	$C_v = 12\%$	$d_p = 151 \mu\text{m}$		6,76E-07	3,95E+00
Apatita	$C_v = 12\%$	$d_p = 295 \mu\text{m}$		1,59E-06	3,47E+00
Apatita	$C_v = 18\%$	$d_p = 151 \mu\text{m}$		9,59E-07	3,95E+00
Apatita	$C_v = 18\%$	$d_p = 295 \mu\text{m}$		1,63E-06	3,45E+00
Apatita	$C_v = 24\%$	$d_p = 151 \mu\text{m}$		9,29E-07	4,23E+00
Apatita	$C_v = 24\%$	$d_p = 295 \mu\text{m}$		9,53E-09	6,02E+00

Os valores de b e β obtidos para cada polpa, foram inseridos na Equação 35 para se calcular a velocidade de cisalhamento prevista para diferentes velocidades de mistura (V_m) no diâmetro de tubo de 50,8 mm (D_2). A partir da velocidade de cisalhamento calculada, $(\dot{U})_{calc}$, foi obtido, para cada velocidade de mistura, o valor previsto de perda de carga, $(dP/dx)_{previsto}$, no tubo de 50,8 mm, empregando-se a Equação 37.

As Figuras 46 a 51 apresentam os valores de velocidade de mistura e de perda de carga medidos por Souza Pinto (2012) no diâmetro de 25,4 mm, que foram utilizados para estimar os valores de perda de carga no diâmetro de 50,8 mm, que também são apresentados nessas figuras. Adicionalmente, nessas figuras estão plotados os dados medidos por Souza Pinto (2012) no diâmetro de 50,8 mm. Numa análise qualitativa dessas figuras é possível se observar que os dados previstos para a perda de carga no diâmetro de 50,8 mm estão próximos dos dados medidos

experimentalmente neste diâmetro, mostrando uma boa aplicabilidade do método utilizado.

Como as velocidades de mistura utilizadas, para estimar a perda de carga no diâmetro de 50,8 mm, foram exatamente as velocidades de mistura medidas para cada polpa nos experimentos de Souza Pinto (2012), foi possível comparar numericamente os dados de perda de carga calculados através dos coeficientes reológicos, com os dados experimentais medidos no diâmetro de tubo de 50,8 mm. Essa comparação é mostrada na Figura 54. Nessa figura pode-se perceber que o erro de escalonamento, realizado a partir do uso dos coeficientes reológicos de cada polpa, é inferior a $\pm 15\%$.

Os erros relativos ao cálculo da perda de carga em cada velocidade de mistura para cada polpa de concentrado de apatita podem ser visualizados nas Tabelas de 18 a 23 no APÊNDICE A.

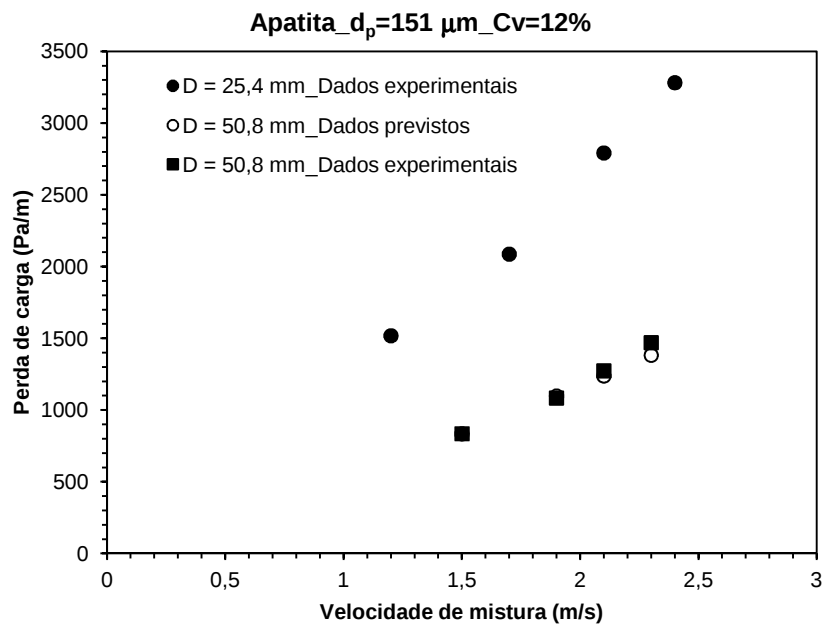


Figura 48 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de $151 \mu\text{m}$ e concentração volumétrica de 12 %.

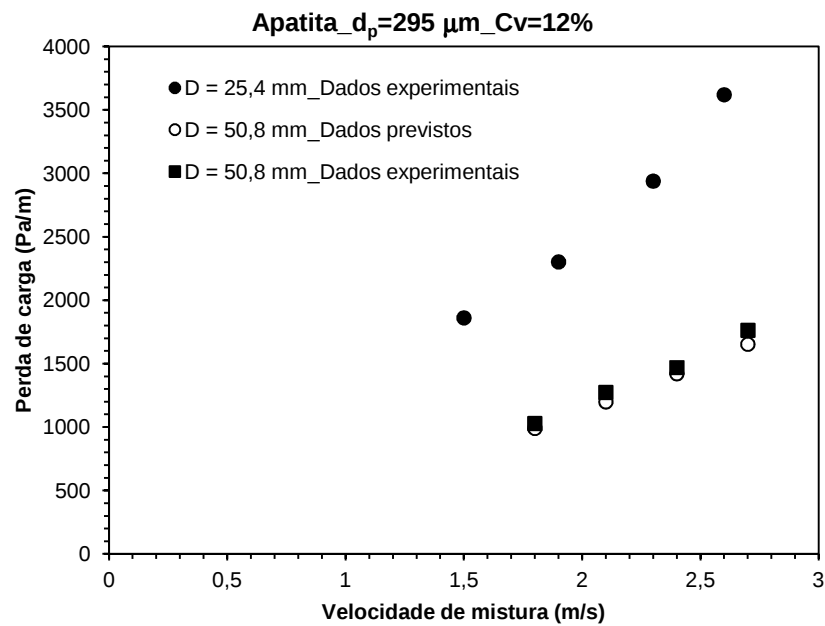


Figura 49 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 295 μm e concentração volumétrica de 12 %.

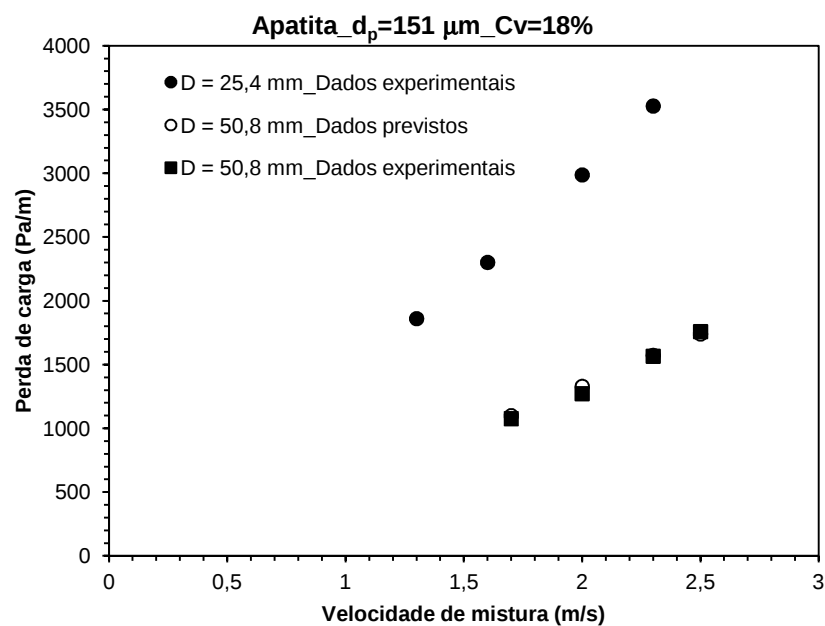


Figura 50 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 151 μm e concentração volumétrica de 18 %.

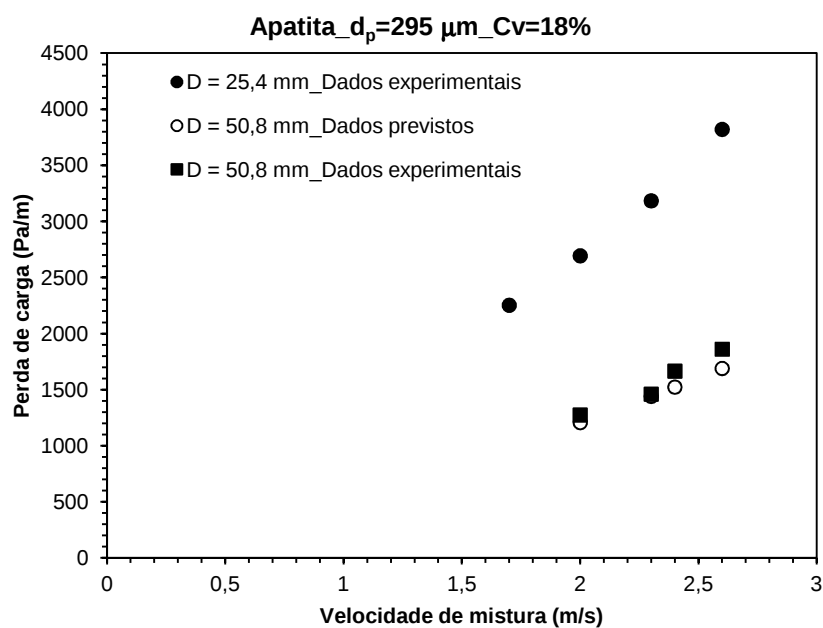


Figura 51 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 295 μm e concentração volumétrica de 18 %.

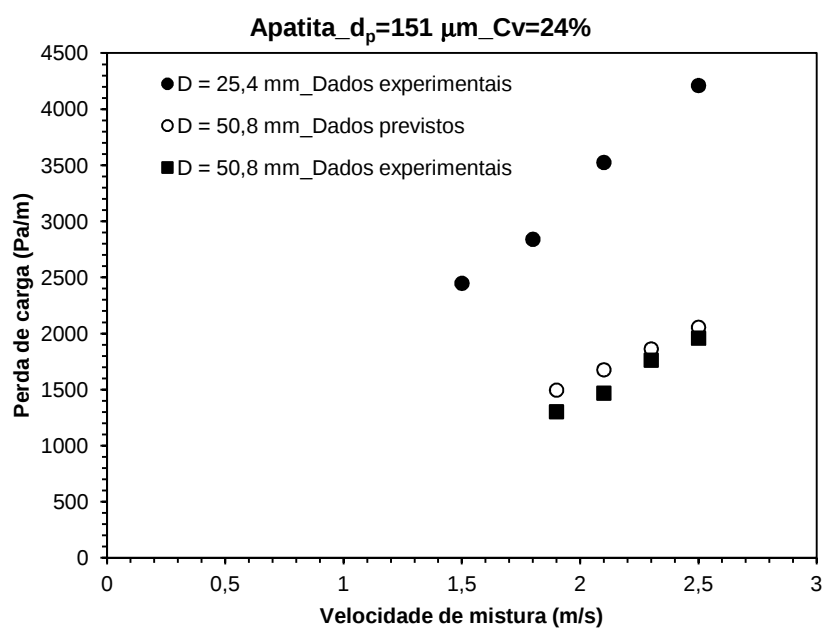


Figura 52 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 151 μm e concentração volumétrica de 24 %.

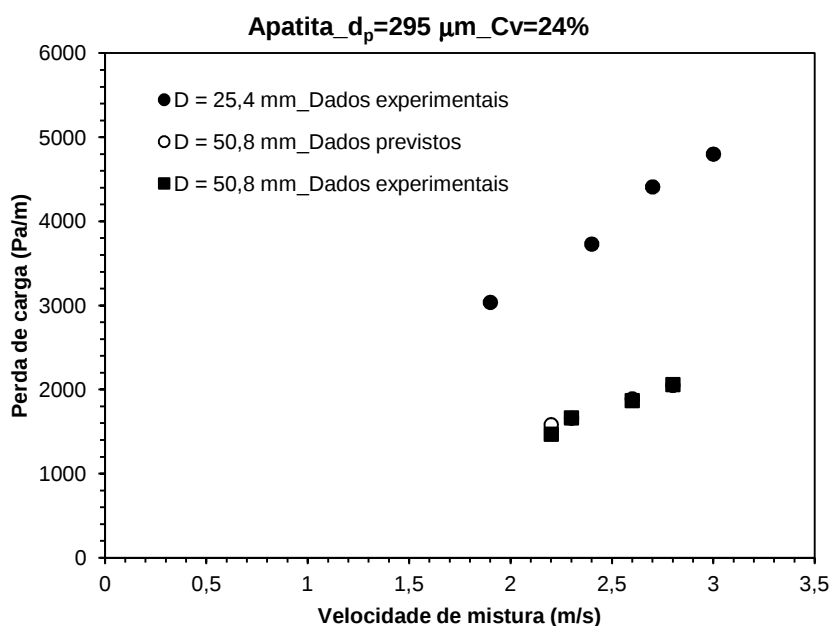


Figura 53 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula Sauter de 295 μm e concentração volumétrica de 24 %.

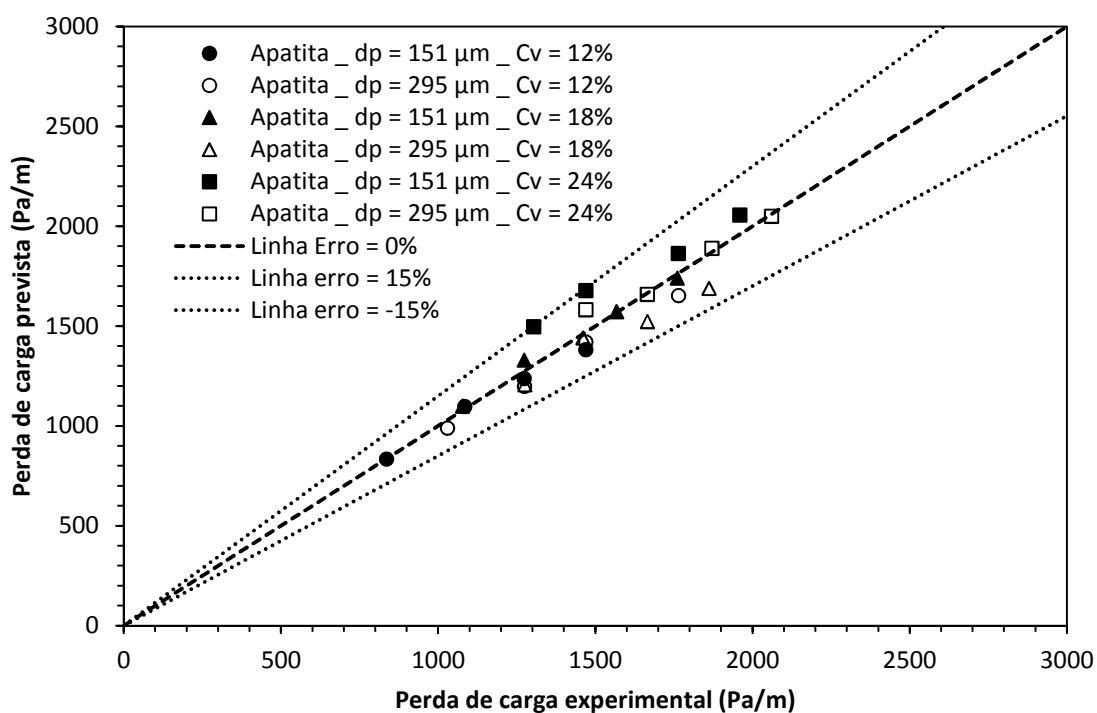


Figura 54 - Comparação entre os dados experimentais de perda de carga no diâmetro de tubo de 50,8 mm obtidos para as polpas de concentrado de apatia em estudo e os dados calculados por escalonamento para o diâmetro de 50,8 mm.

Nas Figuras de 55 a 60 são apresentadas as curvas que correlacionam os valores de viscosidade equivalente (μ_{eq}) com os valores da velocidade de cisalhamento ($\dot{U}$) obtidos a partir dos dados experimentais de velocidade de mistura e de perda de carga medidos por Souza Pinto (2012) no diâmetro de tubo de 25,4mm para polpas de concentrado de hematita com as concentrações volumétricas de 12%, 18% e 24% e diâmetros de partícula Sauter de 163 μm e 336 μm .

No APÊNDICE A constam as Tabelas de 24 a 29 que apresentam os valores calculados de $\dot{U}$ e μ_{eq} que estão plotados nas Figuras 55 a 60, bem como os valores experimentais utilizados nos cálculos.

As Figuras 55 a 60 mostram que todas as polpas de concentrado de hematita avaliadas apresentam indícios de um comportamento pseudoplástico, ou seja, o aumento da tensão de cisalhamento origina uma redução da viscosidade equivalente.

A partir dos dados experimentais plotados nas Figuras 55 a 60 foram obtidos os coeficientes das curvas de tendência que se ajustam aos dados de μ_{eq} e $\dot{U}$ plotados. A Tabela 11 mostra um quadro resumo com os coeficientes b e β das curvas de ajuste para as polpas de concentrado de hematita em estudo.

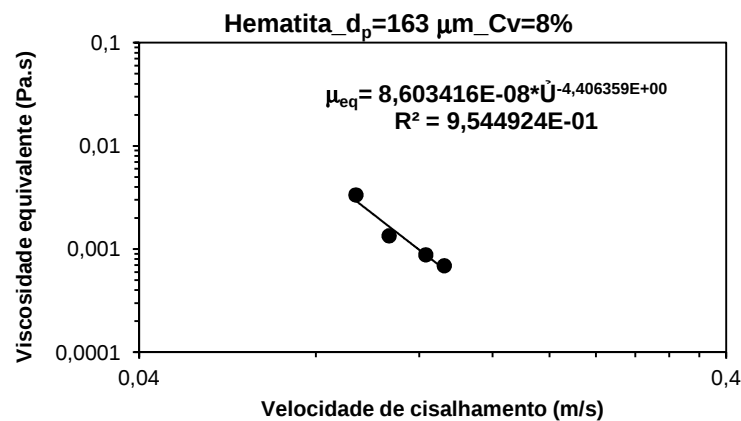


Figura 55 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 163 μm e concentração volumétrica de 8 %.

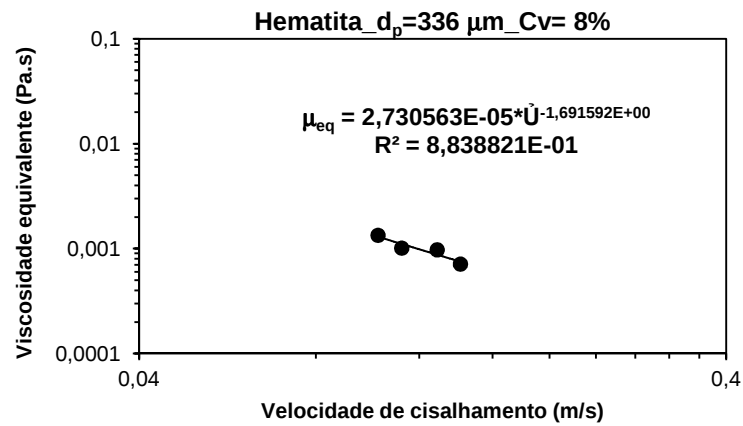


Figura 56 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 336 μm e concentração volumétrica de 8 %.

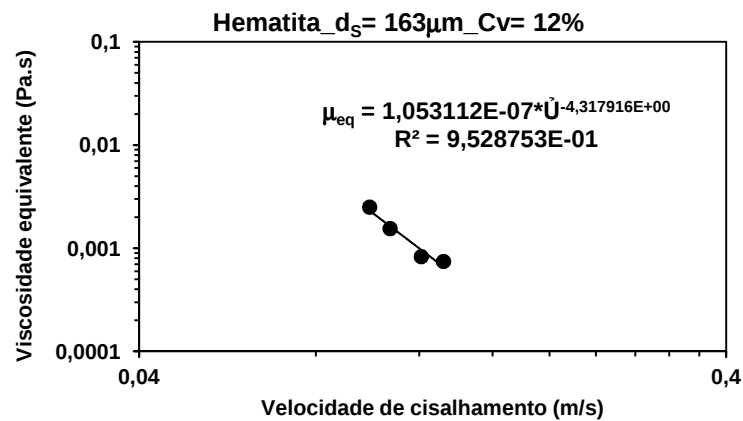


Figura 57 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 163 μm e concentração volumétrica de 12 %.

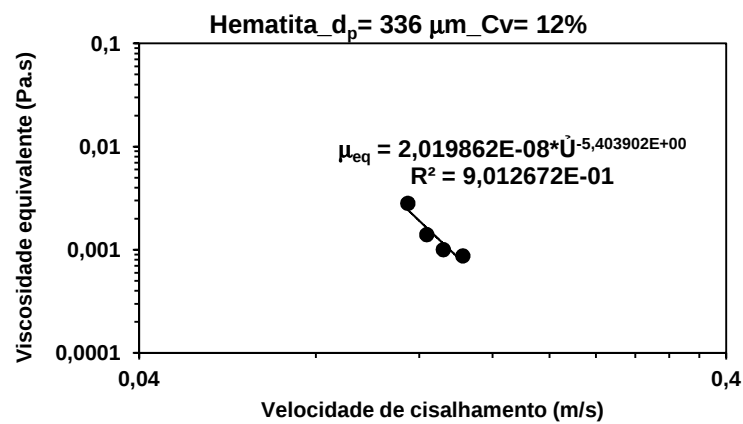


Figura 58 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 336 μm e concentração volumétrica de 12 %.

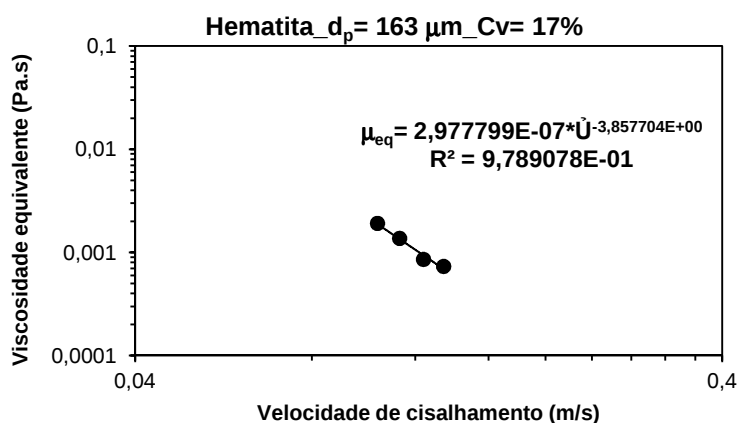


Figura 59 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 163 μm e concentração volumétrica de 17 %.

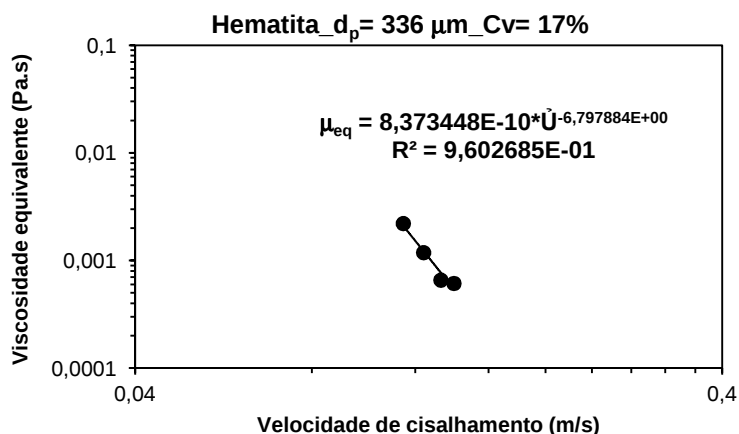


Figura 60 - Variação da viscosidade equivalente com a velocidade de cisalhamento para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 336 μm e concentração volumétrica de 17 %.

Tabela 11 - Quadro resumo dos coeficientes b e β obtidos a partir das curvas de ajuste dos dados de μ_{eq} e $\dot{U}$ para polpas de concentrado de hematita.

Polpa mineral					b	β
Hematita	$C_v = 8\%$	$d_p = 163 \mu m$			8,60E-08	4,41E+00
Hematita	$C_v = 8\%$	$d_p = 336 \mu m$			2,73E-05	1,69E+00
Hematita	$C_v = 12\%$	$d_p = 163 \mu m$			1,05E-07	4,32E+00
Hematita	$C_v = 12\%$	$d_p = 336 \mu m$			2,02E-08	5,40E+00
Hematita	$C_v = 17\%$	$d_p = 163 \mu m$			2,98E-07	3,86E+00
Hematita	$C_v = 17\%$	$d_p = 336 \mu m$			8,37E-10	6,80E+00

Os valores de b e β obtidos para cada polpa, foram inseridos na Equação 35 para se calcular a velocidade de cisalhamento prevista para diferentes velocidades de mistura (V_m) no diâmetro de tubo de 50,8 mm (D_2). A partir da velocidade de cisalhamento calculada, $(\dot{U})_{Calc}$, foi obtido, empregando-se a Equação 37, o valor previsto de perda de carga, $(dP/dx)_{previsto}$, para cada velocidade de mistura no tubo de 50,8 mm

As Figuras 61 a 66 apresentam os valores de velocidade de mistura e de perda de carga medidos por Souza Pinto (2012) no diâmetro de 25,4 mm que foram utilizados para estimar os valores de perda de carga para o diâmetro de 50,8 mm, que também são apresentados nestas figuras. Adicionalmente, nestas figuras estão plotados os dados medidos por Souza Pinto (2012) no diâmetro de 50,8 mm. Pela análise dessas figuras pode-se ver que os dados previstos para a perda de carga no diâmetro de 50,8 mm apresentam um maior distanciamento dos dados medidos experimentalmente neste diâmetro, quando comparados com os resultados obtidos para o minério de quartzo e o concentrado de apatita.

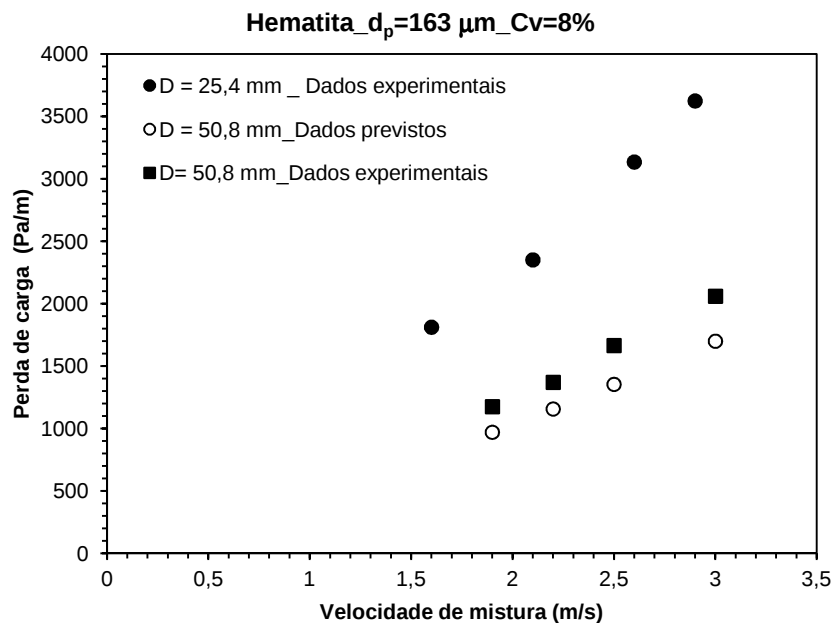


Figura 61 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de $163 \mu m$ e concentração volumétrica de 8 %.

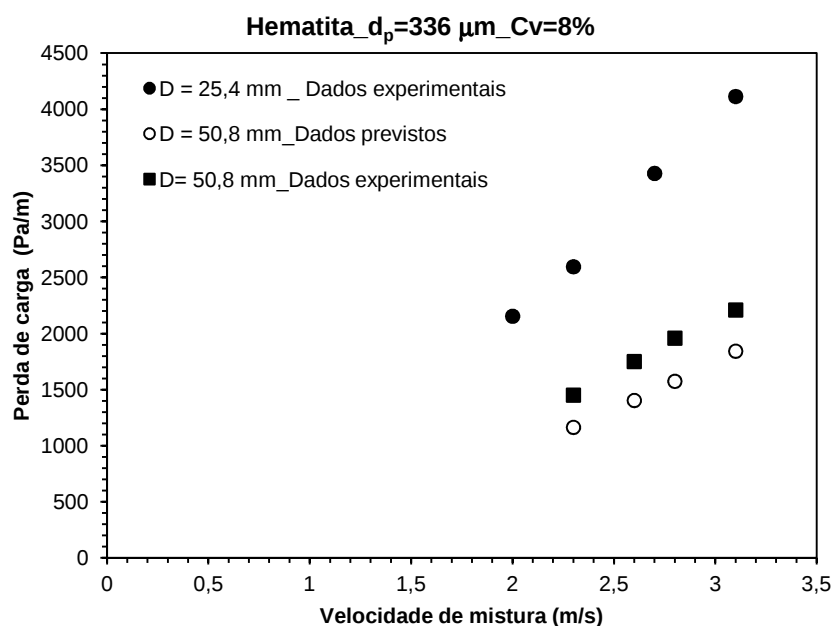


Figura 62 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 336 μm e concentração volumétrica de 8 %.

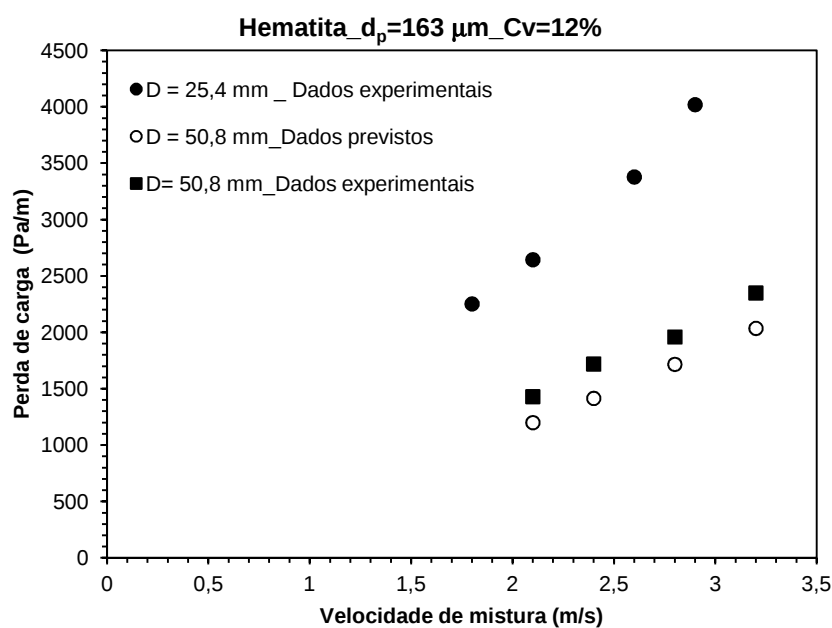


Figura 63 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 163 μm e concentração volumétrica de 12 %.

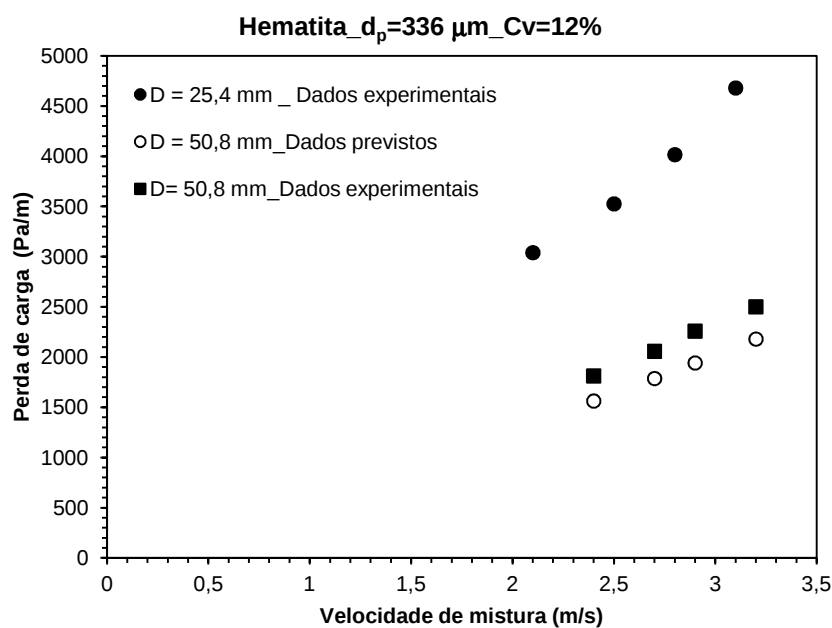


Figura 64 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de minério de hematita com diâmetro de partícula Sauter de $336 \mu\text{m}$ e concentração volumétrica de 12 %.

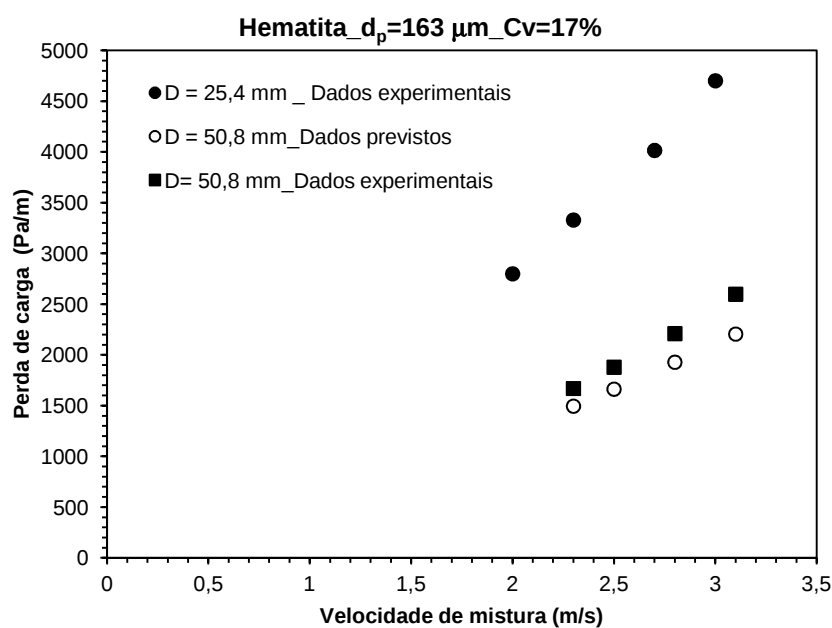


Figura 65 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de $163 \mu\text{m}$ e concentração volumétrica de 17 %.

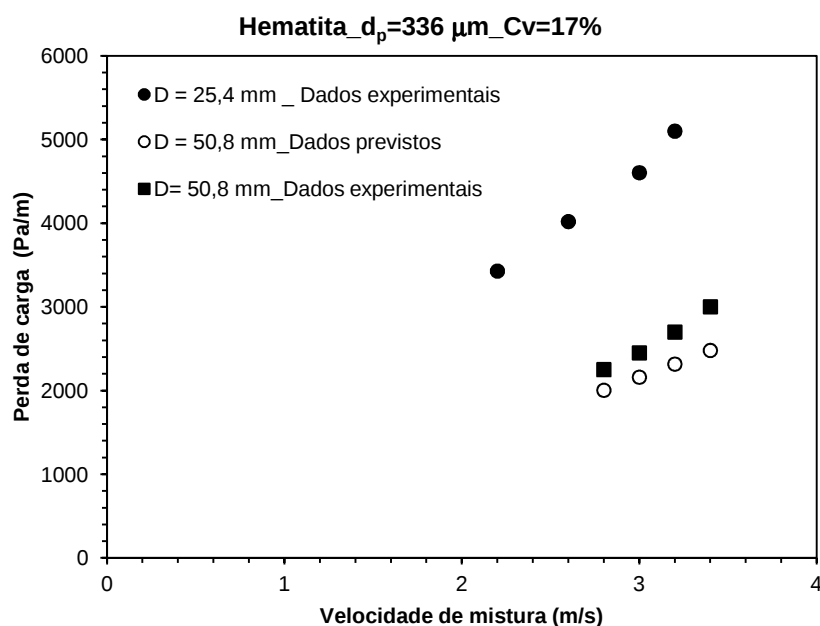


Figura 66 - Dados experimentais obtidos por Souza Pinto (2012) nos diâmetros de 25,4 e 50,8 mm e dados previstos para o diâmetro de 50,8 mm para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula Sauter de 336 μm e concentração volumétrica de 17 %.

Dado que as velocidades de mistura utilizadas, para estimar a perda de carga no diâmetro de 50,8 mm, foram exatamente as velocidades de mistura medidas neste diâmetro, para as polpas de concentrado de hematita nos experimentos de Souza Pinto (2012), foi possível comparar numericamente os dados de perda de carga calculados através dos coeficientes reológicos com os dados experimentais medidos no diâmetro de tubo de 50,8 mm. Essa comparação é mostrada na Figura 67. Nessa figura pode-se perceber que o erro de escalonamento, realizado a partir do uso dos coeficientes reológicos de cada polpa, é menor do que $\pm 20\%$. Apesar de um erro de 20% ser considerado aceitável, acredita-se que um desvio maior foi obtido para a hematita em função da maior densidade das partículas em relação ao quartzo e a apatita. Devido a este fato, a velocidade crítica de transporte para a hematita demanda maior magnitude, sofrendo maior influencia de variáveis, como por exemplo, a concentração volumétrica e diâmetro dos dutos.

Os erros relativos ao cálculo da perda de carga em cada velocidade de mistura para cada polpa de concentrado de hematita podem ser visualizados nas Tabelas de 24 a 29, que estão presentes no APÊNDICE A.

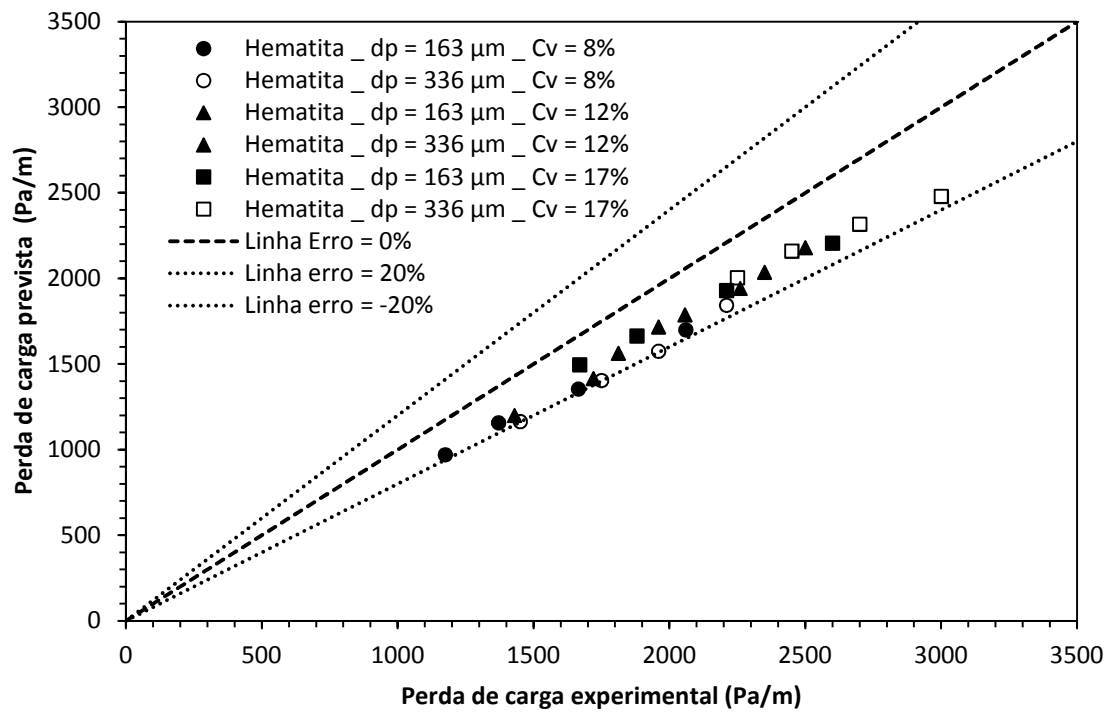


Figura 67 - Comparação entre os dados experimentais de perda de carga obtidos no diâmetro de 50,8 mm para as polpas de concentrado de hematita e os dados calculados por escalonamento para o diâmetro de 50,8 mm.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

A partir dos resultados apresentados e discutidos neste trabalho, foi possível se determinar a viscosidade equivalente e os coeficientes reológicos para as polpas e condições propostas por Souza Pinto (2012). Apesar do método utilizado não necessitar de uma caracterização por modelo reológico para se determinar a viscosidade equivalente, é possível inferir que as polpas estudadas apresentam forte indício de um comportamento pseudoplástico, em que a viscosidade equivalente diminui com o aumento da tensão de cisalhamento.

A partir dos coeficientes reológicos de cada polpa, obtidos dos dados de perda de carga medidos em diferentes velocidades de mistura no diâmetro de tubulação de 25,4 mm, foi possível se realizar o escalonamento dos dados para o diâmetro de tubulação de 50,8 mm.

A comparação entre os dados obtidos por escalonamento para o diâmetro de 50,8 mm e os dados medidos por Souza Pinto (2012), para esse mesmo diâmetro, mostrou que os erros no escalonamento das polpas de mineral de quartzo e concentrado de apatita ficaram inferiores a $\pm 15\%$ e os erros encontrados no escalonamento de dados das polpas de concentrado de hematita ficaram em valores menores do que $\pm 20\%$.

Como sugestões para trabalhos futuros o autor propõe:

- I) A avaliação da adição de reagentes no fluido-base, com intuito de possibilitar o escoamento em regime laminar das polpas estudadas;
- II) A realização da caracterização reológica das polpas estudadas através de reômetros;
- III) A realização de novos ensaios utilizando instrumentos eletrônicos e a comparação dos resultados com os obtidos por Souza Pinto (2012).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BAHABULNAGA, P.E. **Slurry Systems Handbook**. McGRAW-HILL: New York, 2002.
2. BARNES HA. **A handbook of elementary rheology**. Institute of Non-Newtonian Fluid Mechanics, University of Wales, 2000.
3. BIRD, R.B., DAI, G.C.; YARUSSO, B.L, The rheology and flow of viscoplastic materials, **Rev. Chem. Eng.**,1, pp 1–70, 1982.
4. BLATCH, N.S., **Water filtration at Washington**, DC, discussion trans., Amer. Soc. Civil. Eng., 57, 400–408, 1906.
5. BRANDT MEIO AMBIENTE LTDA. **Relatório de Impacto Ambiental - PROJETO VALE DO RIO PARDO**. BRANDT MEIO AMBIENTE LTDA, 2012.
6. BROWN, N.P.; HEYWOOD, N.I. **Slurry Handling: Design of solid-liquid systems**. New York, Elsevier Handling and Processing of Solids Series, Elsevier Science Publishers, 1991, 680p.
7. CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. **Non-Newtonian Flow in the Process Industries**. Butterworth-Heinemann: Madras, 1999.
8. CROWE, Clayton T. **Multiphase flow handbook**. Taylor & Francis Group: New York, 2006.
9. DORON, P. and BARNEA, D., Flow pattern maps for solids–liquid flow in pipes, **International Journal Multiphase Flow**, 22, 273–283, 1996.
10. DURAND, R.; CONDOLIOS, E.. **Experimental investigation of the transport of solids in pipes**, Paper presented at Deuxieme Journée de l'hydraulique, Société Hydrotechnique de France, 1952.
11. EBERL, E., EBERL, U. **Parameters of transport of non-newtonian fluids through the pipes**. **Rucarsko-geolosko-naftini zbornik**, Vol. 7, pg 65-69, 1995.
12. GILLIES, R.G.; SHOOK, C.A.; WILSON, K.C., An improved two layer model for horizontal slurry pipeline flow, **The Canadian Journal Chemical Engineering**, 69, 173–178, 1991.
13. HERBRICH, J. 1991. **Handbook of Dredging Engineering**. New York: McGraw-Hill.
14. HEYWOOD, H. Particle shape coefficients. **J. Imp. Coil. Chem. Eng. Soc.**, V. 8, p. 25-33, 1954.
15. INSTITUTO BRASILEIRO DE MINERAÇÃO – IBRAM. **Informações e análises da economia mineral Brasileira**. 7ª edição, 2012.

16. JACOBS, B.E.A. **Design of slurry transport systems**. Elsevier Science Publishers, BHR Group, 1991, 312p.
17. LUIZA SOUZA, Maria. **Procesamiento de minerales II – Minerodutos. Montevideo - Porto Alegre. 26 Setembro 2013**. Disponível em: https://eva.fing.edu.uy/pluginfile.php/68808/mod_folder/content/0/minerodutos-26set13.pptx?forcedownload=1.
18. MATOUSEK, V. Research developments in pipeline transport of settling slurries; **Powder Technology**, V. 156, p. 43-51, 2005.
19. MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA – MME. **SINOPSE 2013 Mineração & Transformação Mineral (Metálicos e Não Metálicos)**. Disponível em: www.mme.gov.br. Acessado em: 10/10/2013.
20. MOONEY, M. (1931). Explicit formulas for slip and fluid. **Journal of Rheology**. Vol. 2, p. 210.
21. NAYYAR, M.L. **Piping Handbook**, 7 ed, New York, McGraw-Hill, 1999.
22. NEWITT, D.M., RICHARDSON, J.F., ABBOTT, M., and TURTLE, R.B., , **Hydraulic conveying of solids in horizontal pipes**, Trans. Inst. Chem. Eng. 33, 93–113, 1955.
23. PORTAL METALICA. Disponível em: <http://www.metalica.com.br/sistema-minas-rio-maior-mineroduto-do-mundo-no-brasil>. Acessado em 20/11/2013.
24. RABINOWITSCH, B. Coarse particles in a heavy medium – turbulent pressure drop reduction and deposition under laminar flow. **In: International Conference of Hydrotransport 5**, BHRA Fluid Engineering, Cranfield, 1979.
25. RICHARDS, R. H. 1908. **Velocity of Galena and Quartz Falling in Water**. Trans AIME, 38, 230–234.
26. SLATTER, P.T. Modeling the turbulent flow of non-Newtonian slurries. **R & D Journal**, 12, 68-80, 1996.
27. SOUZA PINTO, T. C. **Modelagem da velocidade crítica de transporte d.e polpas minerais contendo partículas grossas/ T.C. Souza Pinto**. Ed Ver. São Paulo, 2012. 190p.
28. TAVARES L.M.M. **Apostila Processamento de Recursos Minerais I**, 2009.
29. THOMAS, D.G., **Transport characteristics of suspensions**, Part IX, AIChE J., 10, 303–308, 1964.
30. TURIAN, R.M.; HSU, F.L; MA, T.W., Estimation of the critical velocity in pipeline flow of slurries, **Powder Technology**, 51, 35–47, 1987.
31. TURIAN, R.M.; YUAN, T.-F. **Flow of slurries in pipelines**, AIChE J., 23, 232–243, 1977.

32. WASP, E. J.; KENNY, J. P.; GANDHI, **Solid-Liquid Flow Slurry Pipeline Transportation**. R. L. Series on Bulk Materials Handling Vol. 1 (1975/77) No. 4; 3.ed., Trans Tech Publications. 1977, 224p.
33. WILSON, K.C., **Slip point of beds in solid-liquid pipeline flow**, Proc. ASCE, J. Hydrol. Div., 96, 1–12, 1970.
34. WILSON, K.C.; ADDIE, G.R.; SELLGREN A.; CLIFT, R. **Slurry Transport Using Centrifugal Pumps**, 3 ed., New York, Springer Science+Business media Inc, 2006.
35. WILSON, K.C.; CLIFT, R.; ADDIE, G.R.; MAFFET, J. Effect of Broad Particle Grading on Slurry Stratification Ratio and Scale-up. **Powder Technology**, V. 61; p. 165-172, 1990.
36. WILSON, K.C.; PUGH, F. J. Dispersive-force modeling of turbulent suspension in heterogeneous slurry flow. **Canadian Journal Chemical Engineering**. Vol 66, pp. 721 – 727, 1988.

APÊNDICE A – Tabelas com dados experimentais e calculados para as polpas de mineral de quartzo, concentrado de apatita e concentrado de hematita

Tabela 12 - Dados experimentais e calculados para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula de 265 μm e concentração volumétrica de 27 %.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
1,8	2647	25,4	1444	16,8	0,10789	0,0050	
2,1	3040	25,4	1444	19,3	0,11562	0,0030	
2,5	3900	25,4	1444	24,8	0,13096	0,0023	
2,9	4350	25,4	1444	27,6	0,13831	0,0012	
2	1375	50,8	1444	17,5	0,10997	0,0056	3,60%
2,3	1567	50,8	1444	19,9	0,11740	0,0034	1,27%
2,5	1812	50,8	1444	23,0	0,12624	0,0034	6,01%
2,7	1960	50,8	1444	24,9	0,13129	0,0026	5,07%

Tabela 13 - Dados experimentais e calculados para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula de 132 μm e concentração volumétrica de 27 %.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
1,4	2155	25,4	1444	13,7	0,09735	0,0113	
1,9	2650	25,4	1444	16,8	0,10795	0,0035	
2,4	3330	25,4	1444	21,1	0,12101	0,0016	
2,9	3820	25,4	1444	24,3	0,12961	0,0006	
1,7	1070	50,8	1444	13,6	0,09701	0,0064	-6,56%
2	1275	50,8	1444	16,2	0,10589	0,0041	-1,86%
2,3	1567	50,8	1444	19,9	0,11740	0,0034	6,77%
2,5	1763	50,8	1444	22,4	0,12452	0,0030	10,86%

Tabela 14 - Dados experimentais e calculados para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula de 265 μm e concentração volumétrica de 20 %.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
1,5	1990	25,4	1326	12,6	0,09762	0,0070	
1,9	2450	25,4	1326	15,6	0,10832	0,0033	
2,2	3135	25,4	1326	19,9	0,12253	0,0031	
2,5	3680	25,4	1326	23,4	0,13275	0,0024	
1,9	1175	50,8	1326	14,9	0,10608	0,0055	3,20%
2,2	1371	50,8	1326	17,4	0,11459	0,0036	-0,25%
2,4	1567	50,8	1326	19,9	0,12251	0,0033	1,71%
2,6	1763	50,8	1326	22,4	0,12994	0,0029	2,90%

Tabela 15 - Dados experimentais e calculados para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula de 132 μm e concentração volumétrica de 20 %.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
1,2	1763	25,4	1326	11,2	0,09188	0,0167	
1,7	2260	25,4	1326	14,4	0,10403	0,0051	
2,1	2743	25,4	1326	17,4	0,11461	0,0025	
2,5	3232	25,4	1326	20,5	0,12441	0,0014	
1,5	832	50,8	1326	10,6	0,08927	0,0072	-13,71%
1,7	950	50,8	1326	12,1	0,09539	0,0052	-10,52%
2	1220	50,8	1326	15,5	0,10810	0,0044	0,93%
2,2	1469	50,8	1326	18,7	0,11862	0,0048	10,28%

Tabela 16 - Dados experimentais e calculados para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula de 265 μm e concentração volumétrica de 14 %

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
1,3	1568	25,4	1226	10,0	0,09012	0,0088	
1,7	1959	25,4	1226	12,4	0,10073	0,0037	
2,2	2841	25,4	1226	18,0	0,12130	0,0027	
2,7	3526	25,4	1226	22,4	0,13514	0,0014	
1,7	980	50,8	1226	12,4	0,10076	0,0074	6,94%
2,1	1224	50,8	1226	15,5	0,11260	0,0040	4,26%
2,3	1371	50,8	1226	17,4	0,11917	0,0033	4,54%
2,6	1665	50,8	1226	21,1	0,13133	0,0030	8,54%

Tabela 17 - Dados experimentais e calculados para a polpa de minério de quartzo com diâmetro de partícula de 132 μm e concentração volumétrica de 14 %.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
1,1	1469	25,4	1226	9,3	0,08723	0,0175	
1,5	1861	25,4	1226	11,8	0,09818	0,0068	
1,9	2330	25,4	1226	14,8	0,10985	0,0034	
2,3	2918	25,4	1226	18,5	0,12294	0,0022	
1,3	734	50,8	1226	9,3	0,08720	0,0140	-1,79%
1,7	840	50,8	1226	10,7	0,09328	0,0040	-14,53%
1,9	1030	50,8	1226	13,1	0,10329	0,0041	-4,31%
2,2	1300	50,8	1226	16,5	0,11605	0,0037	3,98%

Tabela 18 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula de 151 μm e concentração volumétrica de 12 %.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
1,2	1518	25,4	1257	9,6	0,08757	0,0116	
1,7	2087	25,4	1257	13,3	0,10268	0,0044	
2,1	2792	25,4	1257	17,7	0,11876	0,0032	
2,4	3282	25,4	1257	20,8	0,12876	0,0024	
1,5	835	50,8	1257	10,6	0,09185	0,0085	0,1%
1,9	1084	50,8	1257	13,8	0,10465	0,0047	-1,3%
2,1	1273	50,8	1257	16,2	0,11341	0,0044	2,8%
2,3	1469	50,8	1257	18,7	0,12183	0,0041	5,9%

Tabela 19 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula de 295 μm e concentração volumétrica de 12 %.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
1,5	1861	25,4	1257	11,8	0,09696	0,0064	
1,9	2302	25,4	1257	14,6	0,10784	0,0030	
2,3	2939	25,4	1257	18,7	0,12185	0,0020	
2,6	3620	25,4	1257	23,0	0,13523	0,0020	
1,8	1029	50,8	1257	13,1	0,10196	0,0056	3,8%
2,1	1274	50,8	1257	16,2	0,11345	0,0044	5,9%
2,4	1469	50,8	1257	18,7	0,12183	0,0029	3,3%
2,7	1764	50,8	1257	22,4	0,13350	0,0026	6,3%

Tabela 20 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula de 151 μm e concentração volumétrica de 18 %.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
1,3	1861	25,4	1374	11,8	0,09274	0,0119	
1,6	2302	25,4	1374	14,6	0,10314	0,0073	
2	2988	25,4	1374	19,0	0,11751	0,0045	
2,3	3528	25,4	1374	22,4	0,12769	0,0033	
1,7	1077	50,8	1374	13,7	0,09977	0,0076	-2,2%
2	1273	50,8	1374	16,2	0,10847	0,0047	-4,5%
2,3	1567	50,8	1374	19,9	0,12035	0,0040	-0,4%
2,5	1760	50,8	1374	22,4	0,12755	0,0035	1,1%

Tabela 21 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula de 295 μm e concentração volumétrica de 18 %.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
1,7	2253	25,4	1374	14,3	0,10204	0,0045	
2	2694	25,4	1374	17,1	0,11158	0,0030	
2,3	3184	25,4	1374	20,2	0,12131	0,0022	
2,6	3821	25,4	1374	24,3	0,13289	0,0019	
2	1275	50,8	1374	16,2	0,10856	0,0048	5,3%
2,3	1460	50,8	1374	18,5	0,11617	0,0029	1,3%
2,4	1665	50,8	1374	21,1	0,12406	0,0038	8,5%
2,6	1861	50,8	1374	23,6	0,13115	0,0033	9,2%

Tabela 22 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula de 151 μm e concentração volumétrica de 24 %.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
1,5	2449	25,4	1374	15,6	0,10639	0,0132	
1,8	2841	25,4	1374	18,0	0,11459	0,0075	
2,1	3526	25,4	1374	22,4	0,12765	0,0062	
2,5	4212	25,4	1374	26,7	0,13952	0,0038	
1,9	1303	50,8	1516	16,5	0,10448	0,0056	-14,9%
2,1	1469	50,8	1516	18,7	0,11093	0,0044	-14,2%
2,3	1763	50,8	1516	22,4	0,12153	0,0048	-5,7%
2,5	1959	50,8	1516	24,9	0,12811	0,0040	-5,0%

Tabela 23 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de apatita com diâmetro de partícula de 295 μm e concentração volumétrica de 24 %.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
1,9	3037	25,4	1516	19,3	0,11279	0,0051	
2,4	3730	25,4	1516	23,7	0,12499	0,0022	
2,7	4410	25,4	1516	28,0	0,13591	0,0019	
3	4800	25,4	1516	30,5	0,14179	0,0012	
2,2	1469	50,8	1516	18,7	0,11093	0,0031	-7,7%
2,3	1665	50,8	1516	21,1	0,11810	0,0038	0,3%
2,6	1870	50,8	1516	23,7	0,12516	0,0024	-1,1%
2,8	2060	50,8	1516	26,2	0,13137	0,0020	0,5%

Tabela 24 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula de 163 μm e concentração volumétrica de 8 %.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
1,6	1812	25,4	1314	11,5	0,09358	0,0033	
2,1	2351	25,4	1314	14,9	0,10659	0,0013	
2,6	3135	25,4	1314	19,9	0,12309	0,0009	
2,9	3624	25,4	1314	23,0	0,13234	0,0007	
1,9	1175	50,8	1314	14,9	0,10657	0,0057	17,4%
2,2	1371	50,8	1314	17,4	0,11511	0,0037	15,6%
2,5	1665	50,8	1314	21,1	0,12686	0,0032	18,7%
3	2060	50,8	1314	26,2	0,14110	0,0019	17,5%

Tabela 25 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula de 336 μm e concentração volumétrica de 8 %.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
2	2155	25,4	1314	13,7	0,10205	0,0013	
2,3	2596	25,4	1314	16,5	0,11201	0,0010	
2,7	3428	25,4	1314	21,8	0,12871	0,0010	
3,1	4114	25,4	1314	26,1	0,14100	0,0007	
2,3	1451	50,8	1314	18,4	0,11842	0,0033	19,8%
2,6	1750	50,8	1314	22,2	0,13005	0,0029	19,8%
2,8	1960	50,8	1314	24,9	0,13764	0,0027	19,6%
3,1	2210	50,8	1314	28,1	0,14615	0,0020	16,6%

Tabela 26 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula de 163 μm e concentração volumétrica de 12 %.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
1,8	2253	25,4	1467	14,3	0,09875	0,0025	
2,1	2645	25,4	1467	16,8	0,10700	0,0016	
2,6	3379	25,4	1467	21,5	0,12094	0,0008	
2,9	4020	25,4	1467	25,5	0,13191	0,0007	
2,1	1430	50,8	1467	18,2	0,11126	0,0044	16,1%
2,4	1720	50,8	1467	21,8	0,12203	0,0035	17,7%
2,8	1960	50,8	1467	24,9	0,13026	0,0018	12,4%
3,2	2350	50,8	1467	29,8	0,14263	0,0013	13,3%

Tabela 27 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula de 336 μm e concentração volumétrica de 12 %.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
2,1	3040	25,4	1467	19,3	0,11471	0,0028	
2,5	3526	25,4	1467	22,4	0,12354	0,0014	
2,8	4016	25,4	1467	25,5	0,13185	0,0010	
3,1	4680	25,4	1467	29,7	0,14233	0,0009	
2,4	1812	50,8	1467	23,0	0,12525	0,0044	13,7%
2,7	2057	50,8	1467	26,1	0,13345	0,0030	13,1%
2,9	2260	50,8	1467	28,7	0,13988	0,0026	14,1%
3,2	2500	50,8	1467	31,8	0,14711	0,0018	12,8%

Tabela 28 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula de 163 μm e concentração volumétrica de 17%.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
2	2800	25,4	1661	17,8	0,10346	0,0019	
2,3	3330	25,4	1661	21,1	0,11283	0,0014	
2,7	4016	25,4	1661	25,5	0,12391	0,0009	
3	4702	25,4	1661	29,9	0,13407	0,0007	
2,3	1670	50,8	1661	21,2	0,11300	0,0028	10,4%
2,5	1880	50,8	1661	23,9	0,11989	0,0024	11,5%
2,8	2210	50,8	1661	28,1	0,12999	0,0020	12,7%
3,1	2600	50,8	1661	33,0	0,14100	0,0018	15,1%

Tabela 29 - Dados experimentais e calculados para a polpa de concentrado de hematita com diâmetro de partícula de 336 μm e concentração volumétrica de 17 %.

V_m	dP/dx	D	ρ	τ_o	$\dot{U}$	μ_{eq}	Erro Método $\mu_{eq} \times \dot{U}$
(m/s)	Pa/m	mm	Kg/m ³	Pa	m/s	Pa.s	
2,2	3428	25,4	1661	21,8	0,11448	0,0022	
2,6	4020	25,4	1661	25,5	0,12397	0,0012	
3	4604	25,4	1661	29,2	0,13267	0,0007	
3,2	5100	25,4	1661	32,4	0,13963	0,0006	
2,8	2250	50,8	1661	28,6	0,13116	0,0022	10,9%
3	2450	50,8	1661	31,1	0,13687	0,0018	11,8%
3,2	2700	50,8	1661	34,3	0,14368	0,0016	14,2%
3,4	3000	50,8	1661	38,1	0,15145	0,0016	17,3%