UNIVERSIDADE SANTA CECÍLIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÂO EM ENGENHARIA MECÂNICA
MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

FERNANDO GONZALES TAVARES

ANÁLISE COMPARATIVA PARA DETERMINAR A RESISTÊNCIA MECÂNICA A FLEXÃO DE MATERIAIS CERÂMICOS UTILIZANDO DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL E LÓGICA PARACONSISTENTE ANOTADA DE DOIS VALORES

SANTOS
2015

FERNANDO GONZALES TAVARES

ANÁLISE COMPARATIVA PARA DETERMINAR A RESISTÊNCIA MECÂNICA A FLEXÃO DE MATERIAIS CERÂMICOS UTILIZANDO DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL E LÓGICA PARACONSISTENTE ANOTADA DE DOIS VALORES

Dissertação apresentada a Universidade Santa Cecília como parte dos requisitos para obtenção de título de mestre no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, sob a orientação do Prof. Dr. João Inácio da Silva Filho.

SANTOS
2015

Autorizo a reprodução parcial ou total deste trabalho, por qualquer que seja o processo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos.

Tavares, Fernando Gonzales.
Análise Comparativa Para Determinar a Resistência Mecânica a Flexão de Materiais Cerâmicos Utilizando Distribuição de Weibull E Lógica Paraconsistente Anotada Dois Valores/ Fernando Gonzales Tavares.
-- 2015.
76 p.

Orientador: Prof. Dr. João Inácio da Silva Filho

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Santa Cecília, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Santos, SP, 2015.

1. Placa cerâmica. 2. Resistência mecânica. 3. Weibull. 4. Lógica paraconsistente.
I. Da Silva Filho, João Inácio, orient. II. Análise Comparativa Para Determinar a Resistência Mecânica a Flexão De Materiais Cerâmicos Utilizando Distribuição De Weibull E Lógica Paraconsistente Anotada de Dois Valores / Fernando Gonzales Tavares.

Elaborada pelo SIBi – Sistema Integrado de Bibliotecas – Unisanta

Dedico este trabalho aos meus pais, minha esposa, minhas filhas e em especial a minha “pequena” e muito amada Lara.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Prof. Dr. João Inácio da Silva Filho, pela disposição, pela atenção, pelas sugestões, paciência e pelo ensino da Lógica Paraconsistente Anotada dois Valores, que me possibilitou a concretização deste trabalho.

Ao Prof. Me. Willy Ank de Morais, que contribui com sua experiência e orientação na realização dos ensaios de laboratório, os quais culminaram nos dados que tornaram possível a realização deste trabalho.

A Universidade Santa Cecília, UNISANTA, representada pelo Prof. Dr. Marcos Tadeu Tavares Pacheco Coordenador Geral da Pós-Graduação - Stricto Sensu e a todo o corpo docente pela sua atuação de excelência no curso de Mestrado em Engenharia Mecânica.

A empresa INSPEBRAS, na pessoa do Eng.º Heretiano Dalmacio Sampaio Junior pelo apoio no uso de estufa específica para a secagem dos corpos de prova utilizados no experimento de resistência desenvolvido neste trabalho.

Aos colegas mestrandos da UNISANTA, pelos momentos de convívio fraterno de cooperação e de estimulo na busca para alcançar nossos objetivos acadêmicos.

Aos meus colegas Prof. Eduardo Sanches Farias, Prof. Aldo João Alberto, Prof. Me. Natal de Jesus Gaspar e Prof. Enir da Silva Fonseca, pelo apoio, incentivo e colaboração para concretização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Rubens Carneiro Ulbanere, um grande incentivador da pesquisa acadêmica, foi a primeira pessoa que com palavras de incentivo, orientação e apoio, salientou a importância da atividade cientifica na construção da minha carreira acadêmica.

Por fim, agradeço a Deus por todos os recursos para realização do trabalho.

“O maior inimigo do conhecimento não é ignorância, mas a ilusão do conhecimento.”
Stephen Hawking

RESUMO

Através do experimento ensaio de flexão em três pontos realizado no laboratório de Engenharia Mecânica da Universidade Santa Cecília, obteve-se medidas de tensão e flexão de trinta e sete corpos de prova ensaiados com o propósito de medir a resistência mecânica a flexão de pisos cerâmicos preparados de acordo com a NBR 13818 /1997, para determinar o comportamento do lote referente à citada amostra de pisos cerâmicos, através do modelo de distribuição de Weibull e da Lógica Paraconsistente Anotada com anotação de dois valores (LPA2v). A Distribuição de Weibull é um interessante método estatístico que tem sido bastante utilizado para descrever o período de vida de produtos industriais. A Lógica Paraconsistente Anotada de dois valores tem sido aplicada em sistemas de controle que possam efetuar tratamento de situações não cobertas pela Lógica Clássica e assim conquistando um avanço significativo na forma de dar tratamento a sinais contraditórios. Foi verificado neste estudo que os métodos, de Weibull e da Lógica Paraconsistente Anotada de dois valores, são adequados para determinar a resistência mecânica à flexão em materiais cerâmicos. Com essas técnicas consegue-se uma boa interpretação dos dados, o que nos permitiu concluir que o lote em estudo não apresentou uma variação significativa quanto a sua resistência mecânica à flexão. Os resultados comparativos da metodologia de aplicação da LPA2v com o método de Weibull mostram que as duas técnicas são compatíveis e podem no futuro serem utilizadas em conjunto para aumentar o índice de confiabilidade na analise de resistência mecânica à flexão em materiais cerâmicos.

Palavras chave*:* Placa cerâmica. Resistencia mecânica. Weibull. Lógica paraconsistente.

ABSTRACT

Through the bending test experiment in three points made in the Mechanical Engineering Laboratory of the Santa Cecilia University, was obtained strain measurements and bending thirty-seven specimens tested in order to measure the mechanical resistance to bending prepared ceramic floors according to NBR 13818/1997, to determine the behavior of the batch related to said sample ceramic tiles, through the Weibull distribution model and Paraconsistent annotated Logic with annotation two values (PAL2v). The Weibull distribution is an interesting statistical method that has been widely used to describe the lifetime of industrial products. The Paraconsistent Annotated Logic of two values have been applied to control systems that can make treatment situations not covered by the Classical Logic and thus winning a significant advance in the form of treatment to give mixed signals. This study verified that the methods; Weibull and Paraconsistent Annotated with annotation of two logic values are adequate to determine the flexural strength of ceramic materials. With these techniques can be a good interpretation of the data, which allowed us to conclude that the batch study showed no significant variation in their mechanical flexural strength. The comparative results of the PAL2v application methodology with the Weibull method show that the two techniques are compatible and can in the future be used together to increase the reliability index in the mechanical resistance to bending analysis in ceramic materials.

Keywords: Ceramic plate. Strength. Weibull. Paraconsistent logic.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Gráfico comparativo de três fdp de Weibull com η constante 20
Figura 02 – Gráfico comparativo de três fdp de Weibull com β constante. 21
Figura 03 – Gráfico da taxa de falhas de três fdp de Weibull com $\eta = 50$. 21
Figura 04 – Curva da banheira. (MATOS, ZOTTI, 2010). 22
Figura 05 – Reticulado de quatro vértices. (DA SILVA FILHO et al., 2008). 26
Figura 06 – Reticulado de Hasse. (DA SILVA FILHO et al., 2008).....26
Figura 07 – Sistema básico de análise paraconsistente. (DA SILVA FILHO e ABE, 2000) 28
Figura 08 – Quadrado unitário do plano cartesiano - QUPC. (DA SILVA FILHO & ABE, 2000). 28
Figura 09 – Aumento de escala do QUPC (DA SILVA FILHO e ABE, 2000). 29
Figura 10 – Rotação de 45° em relação à origem 29
Figura 11 – Translação dada pela transformação $T_3(x, y)$.....30
Figura 12 – Representação de baixa intensidade das evidências com um baixo valor de grau de contradição. (DA SILVA FILHO, 2008). 31
Figura 13 – Sistema paraconsistente para análise com duas entradas. 32
Figura 14 – Reticulado da LPA2v dividido em 12 regiões. (ABE, 2001).....33
Figura 15 – Reticulado dos máximos valores de graus de certeza. 35
Figura 16 – Ponto de interpolação (Gc, Gct) e distância D 36
Figura 17 – Determinação do Grau de Certeza de valor resultante real (G_{Cr}) no reticulado da LPA2v quando Gc >0. (DA SILVA FILHO & ABE, 2008). 37
Figura 18 – Determinação do Grau de Certeza de valor resultante real (G_{Cr}) no reticulado da LPA2v quando Gc<0. (DA SILVA FILHO & ABE, 2000). 37
Figura 19 – Tratamento e controle de sinais de informações.....38
Figura 20 – Representação em bloco de um NAP. (DA SILVA FILHO, 2006). 39
Figura 21 – Representação simbólica de um NAP (DA SILVA FILHO, 2006) 40
Figura 22 – Representação simbólica de uma Rede de Análise Paraconsistente composto de dois nós de análise. (DA SILVA FILHO, 2006). 40
Figura 23 – Transformação do Grau de Certeza em Evidencia resultante.....41
Figura 24 – Símbolo do Nó de Análise Paraconsistente. 42
Figura 25 – Rede de Análise Paraconsistente - configuração simples.....42

Figura 26 – Símbolo do ParaExtr$_{ctr}$ Algoritmo Paraconsistente Extrator de efeitos d Contradição. (DA SILVA FILHO, 2008) 43
Figura 27 – Estufa de secagem.....45
Figura 28 – Máquina de Ensaios –EMIC DL5000. 46
Figura 29 – Dimensões da amostra e dos pontos de apoio. 47
Figura 30 – Box-Plot da Flexão e da Tensão. 49
Figura 31 – Gráfico de dispersão dos pontos com reta ajustada. .....54.
Figura 32 – Gráfico da distribuição de probabilidades de Weibull - 2p.....54
Figura 33 – Gráfico da função de probabilidades acumulada de Weibull - 2p. 55
Figura 34 – Gráfico de dispersão dos pontos com reta ajustada. 56
Figura 35 – Gráfico da distribuição de probabilidades de Weibull - 3p.....56
Figura 36 – Gráfico da função de probabilidades acumulada de Weibull - 2p. 57
Figura 37 – Representação no reticulado dos Graus de certeza e contradição. ...60
Figura 38 – Ampliação da figura 37. Representação no reticulado dos Graus de certeza e contradição obtidos a partir da análise dos graus de evidência. 60
Figura 39 – Reticulado com os 34 Estados Lógicos Paraconsistentes. 61
Figura 40 – Gráfico de dispersão dos pontos com Graus de certeza e contradição.....61
Figura 41 – Gráfico de dispersão dos pontos com Graus de certeza real. 62
Figura 42 – Curva de ajuste e suavização dos graus de certeza real. 63
Figura 43 – Configuração básica de uma rede de análise paraconsistente (DA SILVA FILHO et al., 2008). 64
Figura 44 – Curva de ajuste e suavização dos graus de evidência real. 65
Figura 45 – Histograma com curva ajustada do grau de certeza real e grau de evidência real. 67
Figura 46 – Distribuição de densidade utilizando os parâmetros de Weibull e do grau de evidência real. 68

LISTA DE QUADROS

Quadro 01 – Dados obtidos nos ensaios dos CPs dos grupos A e B. 48
Quadro 02 – Resumo de Estatísticas Descritivas: Tensão (MPa); Flexão (mm).....48
Quadro 03 – Teste de Razão (r22) de Dixon: Tensão (MPa); Flexão (mm).....49
Quadro 04 – Probabilidades dos CP do grupo B. 50
Quadro 05 – Dados calculados para Regressão linear – dois parâmetros. 53
Quadro 06 – Dados calculados para 2ª Regressão Linear – três parâmetros. 55
Quadro 07 – Evidências normatizadas para Tensão e Flexão.....58
Quadro 08 – Graus de evidências e Grau de certeza e incerteza.....59
Quadro 09 – Grau de Certeza Real e Intervalo de Certeza. 62
Quadro 10 – Grau de evidência resultante real e Grau de contradição. 64
Quadro 11 – Grau de evidência resultante real e grau de contradição. 65
Quadro 12 – Medidas de Momentos da variável tensão. 67
Quadro 13 – Medidas dos parâmetros de Weibull, com valores ajustados.....68

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AED	Análise Exploratória de Dados
ANAFACER	Associação Nacional dos Fabricantes de Cerâmica
ASME	American Society of Mechanical Engineers
CP	Corpo de Prova
f.d.p.	Função Densidade de Probabilidade
LP	Lógica Paraconsistente
LPA	Lógica Paraconsistente Anotada
LPA2v	Lógica Paraconsistente Anotada com anotação de dois valores
MTTF	Tempo Médio para Falha
NAP	Nó de Análise Paraconsistente
NIST	National Institute of Standards and Technology

LISTA DE SÍMBOLOS

E(x)	Esperança Matemática
F	Falso;
δ	Flexão
$\Gamma(x)$	Função Gama
G_{CR}	Grau de Certeza real.
Gc	Grau de Certeza;
μ_{ctr}	Grau De Contradição Normalizado;
Gct	Grau de Contradição;
μ	Grau de crença ou grau de evidencia favorável;
λ	Grau de descrença ou grau de evidencia desfavorável;
μ_i	Grau de evidência i
μ_{ER}	Grau de Evidência Resultante Real;
Gf	Grau de Falsidade;
Gv	Grau de Verdade;
T $\rightarrow$ f	Inconsistente, tendendo ao Falso;
T	Inconsistente;
$\perp_{\rightarrow}$f	Indeterminado, tendendo ao Falso;
$\perp_{\rightarrow}$v	Indeterminado, tendendo ao Verdadeiro;
$\varphi(\pm)$	Intervalo de Certeza sinalizado;
φ	Intervalo de certeza;
MPa	Mega Pascal
~	Operador de negação;
$\perp$	Paracompleto ou indeterminado;
$\perp$	Paracompleto;
η	Parâmetro de escala
β	Parâmetro de forma
γ	Parâmetro de posição
Qf$_{\rightarrow}$ T	Quase Falso, tendendo ao Inconsistente;
Qf$_{\rightarrow}$ T	Quase Falso, tendendo ao Indeterminado;

$Qv_{\rightarrow}T$	Quase Verdadeiro, tendendo ao Inconsistente;
$Qv_{\rightarrow}T$	Quase Verdadeiro, tendendo ao Indeterminado;
τ	Reticulado finito;
$\sum$	Somatório
σ	Tensão
V_{iCC}	Variável inferior de controle de certeza (C_2);
V_{icct}	Variável inferior de controle de contradição (C_4);
V_{SCC}	Variável superior de controle de certeza (C_1);
V_{scct}	Variável superior de controle de contradição (C_3);
V	Verdadeiro;

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO. 15
1.1 Objetivo 17
1.2 Objetivos secundários 17
2. **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**. 18
2.1. Distribuição de Weibull. 18
2.2. Lógica Paraconsistente 23
2.2.1 Lógica consistente Anotada com anotação de dois valores 25
2.2.1.1 Lógica Paraconsistente no tratamento do conhecimento incerto. 27
2.2.1.2 Intervalo de Certeza. 34
2.2.1.3 Grau de Certeza de valor real 36
2.2.1.4 Algoritmo de Análise Paraconsistente da LPA2v. 38
2.2.1.5 Sistema ou nó de Análise Paraconsistente 39
2.2.1.6 Rede de Análise Paraconsistente 40
2.2.1.7 Algoritmo Paraconsistente Extrator de efeitos as Contradição. 42
3. MATERIAIS E MÉTODOS 45
3.1 Ensaios de flexão utilizando peças cerâmicas 45
3.2 Resultados do ensaio com as peças cerâmicas. 47
3.3 Análise exploratória dos dados. 48
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES. 50
4.1 Resultados obtidos com a distribuição de Weibull 50
4.1.1 Cálculo dos valores da distribuição de Weibull - dois parâmetros. 51
4.1.2 Cálculo dos valores da distribuição de Weibull - três parâmetros 55
4.1.3 Função geradora de momentos, Valor Esperado e Variância 57
4.1.4 Análise dos resultados da função de distribuição de probabilidades de Weibull com dois e três parâmetros 57
4.2 Resultados obtidos com a Lógica Paraconsistente Anotada - dois valores. 58
4.3 Sistema NAP e Extrator de efeitos de contradição - $ParaExtr_{ctr}$ 63
4.4 Discussão final 66
5 CONCLUSÕES 69
5.1 Trabalhos futuros 69
REFERÊNCIAS 71

1 INTRODUÇÃO

Os conjuntos de indivíduos que participam da vida econômica de uma sociedade atuam diretamente na produção, na distribuição e no consumo de bens e serviços. Em razão de um mercado altamente competitivo, onde os clientes, indivíduos e empresas, se tornam cada vez mais exigentes, se faz necessário que as empresas percebam a importância de modernização de suas linhas de produção bem como do desenvolvimento de procedimentos através de métodos quantitativos, capaz de aperfeiçoar a utilização e a manutenção dos seus meios produtivos.

Não basta somente produzir a um menor custo, deve-se agregar ao produto qualidade, preço e prazo de entrega (SLACK, 2008). A empresa deve desenvolver seus produtos visando alto valor agregado com baixo custo a fim de aumentar a sua produtividade. Buscando atender essas necessidades a Engenharia da Confiabilidade vem se desenvolvendo uma vez que seus objetivos são, através de modelos estatísticos, estabelecer: previsões sobre a vida de um produto; comparar a confiabilidade de projetos e de produtos; estabelecer estatisticamente políticas de garantia; gerenciar o planejamento de manutenção; entre outras aplicações industriais (SIMONETTI et al., 2009).

Conforme Werner (1996) define-se confiabilidade como a probabilidade de um produto, submetido a condições previamente estabelecidas, desempenhar as funções especificadas no projeto, durante um período de tempo também especificado. Para alcançar uma alta confiabilidade é necessário conhecer o tempo de vida do produto. Essa informação pode ser obtida através de ensaios de laboratório, sejam eles acelerados ou não, ou através da análise dos dados de campo, obtidos junto aos clientes (WERNER, 1996). Uma forma de avaliar a confiabilidade presente em um produto é verificando qual é o comportamento das falhas desse produto na medida em que está sendo utilizado, ou seja, conhecer o tempo de sobrevida do produto (MACIEL, 2013).

A cerâmica artificial é um material de grande resistência e um dos mais antigos produzidos pelo homem; em pesquisas arqueológicas foram encontradas com data de cerca de 15000 anos. Os materiais cerâmicos costumam apresentar defeitos que podem atuar como elementos concentradores de tensões, os quais determinam os pontos de origem do processo de fratura do produto (TAVARES et al., 2014). A falha nestes materiais é em geral por ruptura, ocorrendo um crescimento instável de

pequenos defeitos, como porosidades e inclusões, através de uma fratura por clivagem, este crescimento instável leva à ruptura final (ROSA, 2002).

A microestrutura de um produto é determinante na sua resistência mecânica e esta por sua vez depende da distribuição e do tamanho dos defeitos presentes no produto (ANAFACER, 2014). Como a distribuição dos defeitos é quase sempre aleatória a resistência mecânica obtida experimentalmente apresenta uma dispersão. Obter a medida resistência mecânica média não é suficiente para fazer considerações com relação ao tempo de vida do produto, é fundamental levar em consideração a dispersão dos resultados obtidos com o experimento. Quantitativamente esta dispersão dos valores de resistência mecânica pode ser obtida através da distribuição de Weibull, extensivamente usada em análise de confiabilidade e de dados de vida devido a sua versatilidade (POLIDO, 2015).

A crescente produção de itens manufaturados faz com que o controle sobre a qualidade e confiabilidade seja tratado com maior rigor dentro do processo fabril. Cuidados na coleta e interpretação de dados provenientes de informações reais sobre as condições do processo exigem modelos que representem adequadamente uma realidade que gera em muitas situações, informações incompletas, difusas e contraditórias, tornando os algoritmos baseados na lógica clássica incapaz de oferecer respostas eficientes em tempo ideal para tomadas de decisão (ABE, 2011b).

De acordo com de Carvalho (2011) para manipular um conjunto de informações contraditórias, é necessário lançar mão de sistemas lógicos distintos da clássica e de seus aparentados. A lógica Paraconsistente pode, em princípio, ser empregada para essa tarefa.

Periódicos renomados como *Mathematical Reviews* (publicado pela *American Mathematical Society*) e o alemão *Zentralblatt für Ma-thematik* contam com uma seção sobre a lógica para-consistente desde 1991. São publicações mensais contendo resenhas, descritivas ou críticas, de artigos das mais importantes publicações do que se considera matemática (KRAUSE, 2004). Pesquisas desenvolvidas em ambiente acadêmico indicam as possibilidades de aplicações promissoras da Lógica Paraconsistente Anotada. Nesses trabalhos são encontradas pesquisas sobre a construção de sistemas de controle e de programas aplicativos de simulação. Entre os trabalhos publicados, destaca-se o algoritmo Para-analisador (DA SILVA FILHO, 1999) no qual métodos computacionais de análises

paraconsistentes podem ser projetados através do algoritmo da Lógica Paraconsistente Anotada.

1.1 Objetivo

Comparar o modelo de Distribuição de Weibull com um procedimento quantitativo usando a Lógica Paraconsistente com anotação de dois valores para determinar a resistência mecânica à flexão em materiais cerâmicos.

1.2 Objetivos Secundários

Determinar medidas na LPA2v equivalentes ao Valor Esperado, período médio até a falha denotado por MTTF sigla do inglês, *Mean Time to Failure* da distribuição de Weibull e o valor da dispersão da variável aleatória resistência mecânica.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Distribuição de Weibull

O físico Ernest Hjalmar Wallodi Weibull nasceu no dia 18 de junho de 1887 na Suécia. Ele publicou vários trabalhos na área de engenharia dos materiais, inclusive estudos sobre resistência de materiais (ABERNETHY, 2014a), fadiga e ruptura em sólidos (ABERNETHY, 2014b). Foi agraciado com duas Medalhas de Ouro (1972 e 1988) pela ASME (*American Society of Mechanical Engineers*) devido contribuição à Engenharia e à Estatística (BARRINGER, 2013). A distribuição de probabilidade que leva seu nome foi estudada a partir de seu artigo *A Statistical Distribution Function of Wide Applicability*, publicada no *Journal of Applied Mechanics*, baseando-se nos estudos sobre a resistência de aços (WEIBULL, 1951). A reação da comunidade cientifica ao seu artigo na década de 1950 foi negativa, variando de ceticismo a rejeição pura e simples (ABERNETHY, 2014b). A alegação de que a distribuição de Weibull poderia selecionar dados e ajustar seus parâmetros, parecia boa demais para ser verdade. No entanto, pioneiros no campo como Dorian Shainin e Leonard Johnson utilizaram e melhoraram a técnica (ABERNETHY, 2006). Aplicando vários métodos, novos parâmetros podem ser introduzidos para expandir famílias de distribuições para maior flexibilidade ou para a construção de modelos de covariáveis. Por exemplo, a distribuição de Weibull contém a distribuição exponencial e é construída usando variáveis aleatórias exponencialmente distribuídas (MARSHALL; OLKIN, 1997).

A distribuição de Weibull é utilizada para modelar os dados, de forma independente ao fato da taxa de falha estar aumentando, diminuindo ou ser constante; é flexível e adaptável a um grande intervalo de dados (ABERNETHY, 2006). Ela tem se mostrado nas últimas décadas, através de trabalhos científicos muito eficientes na determinação do período de vida de produtos e processos nas mais variadas áreas do conhecimento. Como por exemplo: na área aeroespacial; automotiva; na área de geração de energia; área de saúde, na indústria elétrica e eletrônica e em diversas outras (LAFRAIA, 2001).

No processo de elaboração da manutenção preventiva nas linhas de produção mostra-se indispensável à utilização de ferramentas quantitativas eficientes na mensuração do risco de falha de um dado componente ou equipamento. A relação

entre o estudo de confiabilidade e o sucesso da manutenção preventiva se deve ao fato de que a confiabilidade e o tempo de falha de um dado componente são eventos complementares. Sob a análise matemática, a confiabilidade é descrita segundo a equação 1 (POLIDO, 2015).

$$C(x) = 1 - \int_0^x f(x)\,dx \tag{1}$$

Onde: C (x) é a confiabilidade;

f (x) é a função da densidade de probabilidade (f. d. p.);

x é o período de vida.

Dentre as muitas funções de densidade de probabilidade existentes, a distribuição Weibull é a mais aplicada em estudos de confiabilidade e análise de sobrevivência. Uma distribuição é definida matematicamente por sua equação de função de densidade de probabilidade (f.d.p.); existem outras formas de parametrizar a distribuição Weibull, porém a expressão mais geral é a de três parâmetros, conforme a equação 2, dada pela expressão proposta por Colosimo & Giolo (2006).

$$f(x) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \tag{2}$$

Onde: x>0; β>0 e η>0

x é a variável que define o período de vida útil podendo ser expresso em distância percorrida, em número de ciclos, tempo de funcionamento, etc.

β é o parâmetro de forma;

η é o parâmetro de escala;

γ é o parâmetro de posição.

Substituindo-se a equação (2) na equação (1) temos a equação (3):

$$C(x) = 1 - \int_0^x \left(\frac{\beta}{\eta}\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \right) dx \tag{3}$$

Calculando-se a integral proposta na equação 3 temos a função para o cálculo da confiabilidade determinada pela equação 4.

$$C(x) = e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \tag{4}$$

Outra medida importante na Engenharia da Confiabilidade está associada à

taxa de falhas R(x), que pode ser descrita como a razão entre o número de falhas num determinado período de vida e o número de componentes sujeitos à falha. Utilizando a distribuição Weibull, a taxa de falhas é descrita segundo a equação 5 (SIMONETTI et al., 2009).

$$R(x)=\frac{f(x)}{C(x)} \quad \Rightarrow \quad R(x)=\frac{\beta}{\eta}\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} \tag{5}$$

Conforme mencionado, a distribuição Weibull é extensivamente usada em análise de confiabilidade e de dados de vida devido a sua versatilidade. Dependendo dos valores dos parâmetros, a distribuição Weibull pode ser usada para modelar uma variedade de comportamentos que envolva vida.

O parâmetro de forma β, da distribuição Weibull é conhecido também como a inclinação da distribuição Weibull, o valor de β é igual à inclinação da linha em um gráfico de probabilidade. O parâmetro β é um número puro, adimensional e alguns valores farão com que as equações da distribuição reduzam-se a outras distribuições, conforme os exemplos apresentados na figura 1. Quando β=1, a f.d.p. Weibull de três-parâmetros se reduzirá a distribuição exponencial (RIBEIRO, 2001).

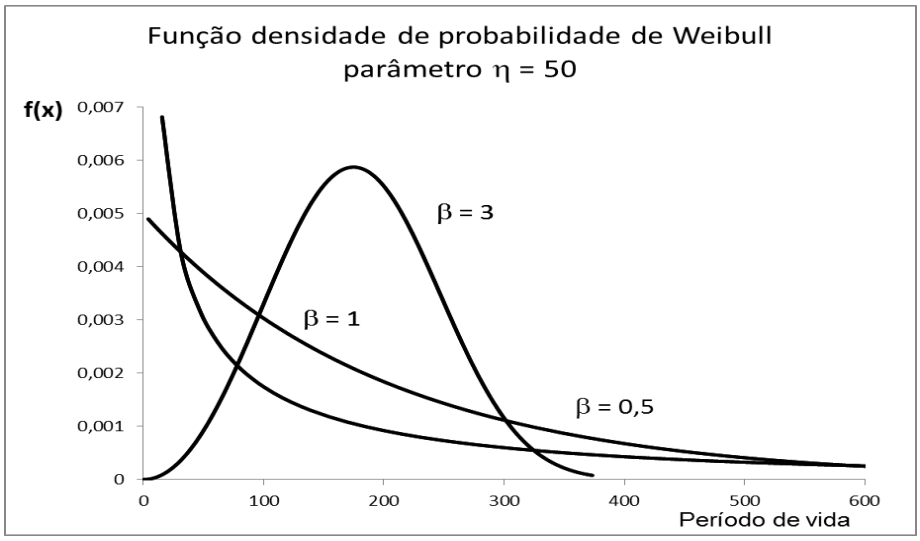


Figura 1. Gráfico comparativo de três f.d.p. de Weibull, η=50 e γ=0.

Uma variação no parâmetro da escala η, tem o mesmo efeito na distribuição que uma mudança de escala no eixo da abscissa. Como a área sob uma curva da f.d.p. é um valor constante e igual a um, o "pico" da curva da função diminuirá com o aumento de η, como indicado na figura 2. A medida de unidade η é igual à unidade

da variável aleatória X, tal como horas, milhas, ciclos, atuações, etc. (POLIDO, 2015).

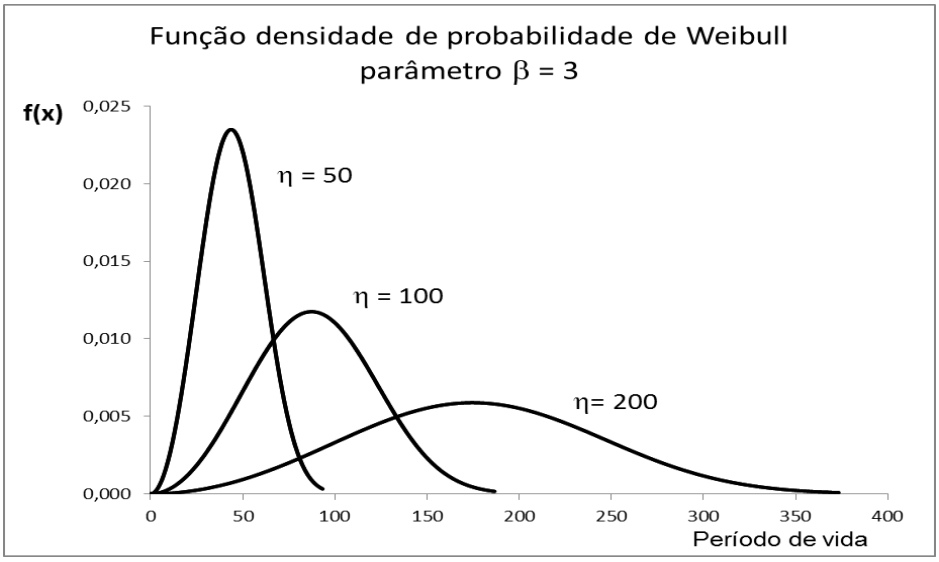


Figura 2. Gráfico comparativo de três f.d.p. de Weibull com β=3 e γ=0

Um aspecto importante da distribuição Weibull é como os valores do parâmetro de forma (β) e de escala (η) afetam as características da distribuição, como pode ser observado na forma da curva da fdp da taxa de falhas na figura 3 (RIBEIRO, 2011).

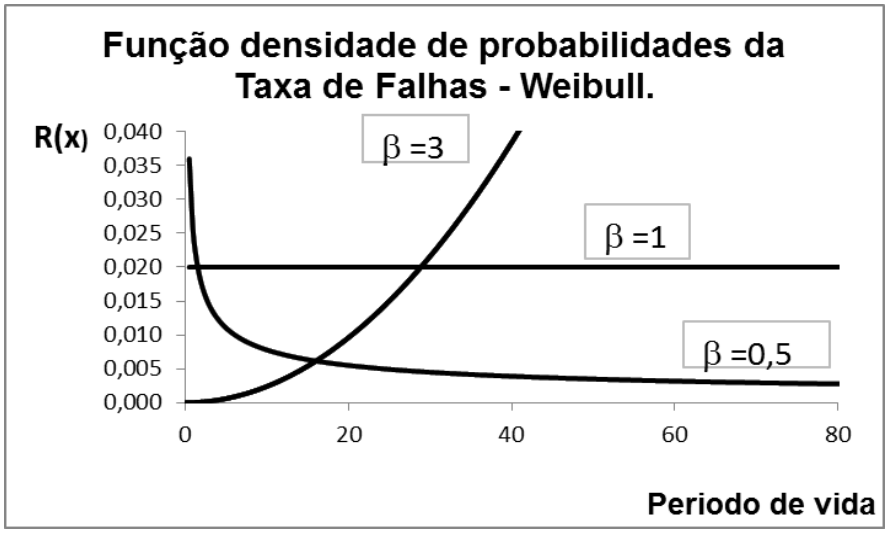


Figura 3. Gráfico da taxa de falhas de três f.d.p. de Weibull com η = 50 e γ=0.

Observa-se na figura 4, que as distribuições Weibull com o β<1 têm uma taxa de falha decrescente ao longo do tempo de vida, conhecida também como falha

infantil ou prematura. Para valores de β próximo de ou igual a 1 têm uma taxa de falha razoavelmente constante, indicando a vida útil ou de falhas aleatórias. Quando os valores de β>1 têm uma taxa de falhas que aumenta com o tempo, conhecido também como falhas de desgaste. Estes valores de β abrangem as três fases da "clássica curva da banheira", (MATOS, ZOTTI, 2010) conforme a figura 4.

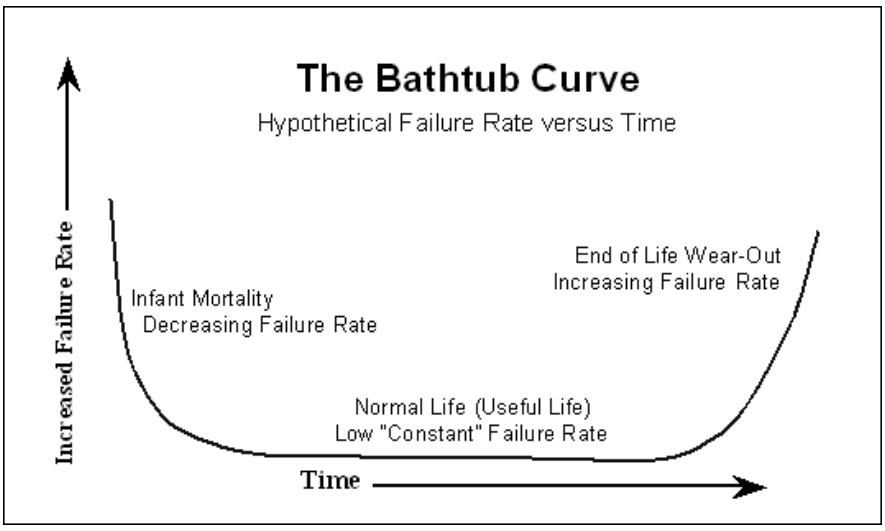


Figura 4. Curva da banheira. (MATOS, ZOTTI, 2010)

Segundo Burgess (1987), dois tipos de informações são requeridos para calcular a confiabilidade de um produto: o número total de falhas em um período de interesse e o período de vida total acumulado de operação para o período de interesse. Com essas informações podemos calcular duas medidas mais comuns de confiabilidade: a taxa de falha e o período de vida médio até a falha (MTTF). A taxa de falha é expressa tipicamente em termos do número de falhas por unidade de período de vida; o período médio até a falha (MTTF) é expresso, frequentemente, como sendo o número médio de períodos de vida antes de a primeira falha ocorrer. Esse período é calculado dividindo o período total acumulado de operação pelo número total de falhas (BARROS, 2008).

O k-ésimo momento da distribuição de X, denotado por $E(X^k)$, é definido pela equação 6, considerando X como uma variável aleatória contínua com distribuição de Weibull, pode-se encontrar o valor esperado do período de vida utilizando a equação 7 (BUSSAB, 2007).

$$E\left(X^{k}\right)=\int_{-\infty}^{\infty} x^{k}\ f(x)dx \tag{6}$$

$$E(X)=\int_0^{\infty} x\frac{\beta}{\eta^{\beta}}(x-\gamma)^{\beta-1}e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}}dx \tag{7}$$

Utilizando um artifício $t = (x/\eta)^{\beta}$ e derivando os dois lados da equação 7, obtendo a equação 8 que determina o valor esperado de X.

$$E(X)=\int_0^{\infty} t^{\left(\frac{1}{\beta}\right)}\eta\ e^{-t}dt$$

$$E(X)=\gamma+\eta\Gamma(1+\beta^{-1}) \tag{8}$$

A variância de uma variável aleatória mede a dispersão da distribuição de probabilidades, é definida como segundo momento central o seu valor é obtido através da equação 9 (PORTAL ACTION, 2014).

$$Var(X)=E(X-\mu)^2$$

$$Var(X)=E(X^2)-E(X)^2$$

$$Var(X)=\eta^2\Gamma\left(\frac{2}{\beta}+1\right)-\left(\eta\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)\right)^2 \tag{9}$$

2.2 Lógica Paraconsistente

A Lógica Paraconsistente surgia no século XX com publicações independentes, de: Stanislaw Jáskowski, *A propositional calculus for inconsistent deductive systems,* em 1948 (JAŚKOWSKI, 2004); de David Nelson, *Negation and separation of concepts in constructive systems,* em 1959 (NELSON, 2000); de Newton Carneiro Affonso da Costa com sua tese de cátedra, Sistemas Formais Inconsistentes, apresentada na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade Federal do Paraná, em 1963 (DA COSTA, 1993) (DA SILVA FILHO, 2009). Eles são considerados pela comunidade científica como os inventores da Lógica Paraconsistente, embora houvesse precursores como N. Vasílev e J. Tukasiewicz (RASPA, 1999) (DE MORAES, 2011).

O termo Lógica Paraconsistente, foi cunhado pelo filósofo peruano Francisco Miró Quesada, substituindo a antiga denominação de Teoria dos Sistemas Formais

Inconsistentes usada até então (DA COSTA, 1997).

> [...] meus primeiros trabalhos começaram em 1958, mas só comecei a publicar na França em 1963. Até que, lá por meados dos anos 1970, escrevi uma carta para um grande amigo, o filósofo da ciência Francisco Miró Quesada, ex-ministro da Educação no Peru. Pedi a ele, “Preciso de um nome para essa minha lógica”. Quesada foi um dos primeiros a defender a teoria pelo mundo afora, quando era embaixador. Ele me sugeriu “paraconsistente”, “ultraconsistente” ou “metaconsistente” [...] “Para” quer dizer “ao lado”. Eu nunca quis destruir a lógica clássica. É “ao lado de”, “complemento de”. [...] (DA COSTA, 2008).

A Lógica Paraconsistente se destaca por infringir o princípio da não contradição, pois admite a contradição e infere teoremas não triviais.

> Desde a época de Aristóteles, um dos princípios da lógica é o de não contradição. Ele estabelece a impossibilidade de que uma sentença qual quer e sua negação sejam ambas verdadeiras. Tome, por exemplo, a sentença "eu moro em São Paulo". Não é possível admitir, com base nesse princípio que essa sentença e sua negação, "eu não moro em São Paulo", sejam verdadeiras. Desse modo, a lógica clássica não admite contradições. A grosso modo, na nossa experiência cotidiana, é assim que as coisas são e é por isso que a lógica clássica tem seu campo de aplicação. Mas acontece que quando diferentes campos da ciência evoluem e se tornam mais complexos, as contradições aparecem. (DA COSTA, 1997)

O “paradoxo de Russell” é um famoso problema matemático descoberto pelo filósofo enquanto escrevia “Principia Mathematica”. Considere o conjunto y de todas as entidades que não são membros de si próprias, $x \in Y$ se, e somente se $x \notin X$. Deduz-se que $y \in Y$ se, e somente se, $y \notin Y$ criando assim uma contradição. Uma versão popular do paradoxo de Russell é a seguinte:

Há em Sevilha um único barbeiro que reúnem as duas condições seguintes:
1- Faz a barba de todas as pessoas de Sevilha que não fazem a barba a si própria;
2- Só faz à barba a quem não faz a barba a si própria.

O paradoxo surge quando se questiona quem faz a barba do barbeiro. Se fizer sua própria barba, viola a condição 2; mas se não fizer a barba a si próprio, então tem de fazer a barba a si próprio, pois essa é a condição 1 (POMBO, 2004).

Uma teoria dedutiva quando não possui teoremas contraditórios é dita consistente, se um dos teoremas é a negação do outro. Caso contrário, a teoria diz-se inconsistente (ou contraditória). Uma teoria é chamada trivial se todas as fórmulas (ou sentenças) de sua linguagem forem nela demonstráveis; em hipótese contrária, diz-se não trivial (DA COSTA E ABE, 2001).

> A relação que há entre uma teoria e uma lógica é a que segue: uma teoria S é, grosso modo, uma descrição do mundo (científica, filosófica, intuitiva) que tem uma lógica subjacente que justifica os teoremas obtidos a partir de sentenças da teoria. Se essa lógica subjacente for a Lógica Clássica e a teoria S tiver teses contraditórias, então essa lógica trivializa essa teoria. Mas se a lógica subjacente for uma lógica paraconsistente, em geral uma lógica não clássica, então a teoria terá ferramental de inferência em condições de lidar com as contradições sem trivialização de toda a teoria. Assim, uma lógica paraconsistente é uma lógica que permite a não-trivialização de qualquer teoria S contraditória que a tenha como lógica subjacente (ABE, 2011a).

"A tomada de decisão constitui tema de características horizontais com suas contribuições, estendendo-se por praticamente todos os domínios da atividade humana, da Engenharia à Medicina" (CARVALHO e ABE, 2011).

> As crescentes exigências do mercado tecnológico obrigam que os equipamentos de produção sejam capazes de processar e controlar adequadamente sistemas em condições nunca antes imaginadas. O refinamento e a maior quantidade de informações sobre o ambiente e matéria prima tem o objetivo de aumentar a produção resultando em produtos de maior qualidade e precisão. Para que isso seja possível as informações do mundo real que servem nas tomadas de decisão devem ser cada dia mais minuciosas e mais próximas da realidade. Estas exigências fazem com que em alguns casos a Lógica Clássica, que é limitada por seus rígidos princípios, fique impossibilitada de ser diretamente aplicada (DA SILVA FILHO et al., 2008).

2.2.1 Logica Paraconsistente Anotada com anotação de dois valores

A anotação da Lógica Paraconsistente Anotada (LPA) pode ser composta por 1, 2, ou n valores, possibilitando obter um maior poder de representação sobre o quanto as anotações, ou evidencias, expressam o conhecimento sobre a proposição P. Com dois valores pode-se utilizar um reticulado formado por pares ordenados, tal que: $\tau = \{(\mu, \lambda) \mid \mu, \lambda \in [0, 1] \subset \Re\}$.

Junto às noções de Verdade e de Falsidade, permite-se pensar em quatro objetos, figura 5:

T – que chamaremos de Inconsistente;

V – que chamaremos de Verdadeiro;

F – que chamaremos de Falso;

$\perp$ – que chamaremos de Paracompleto ou Indeterminado.

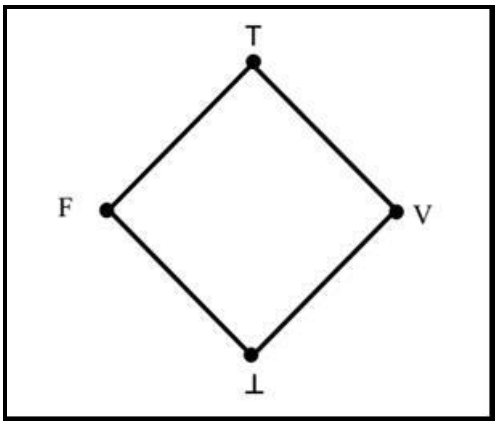


Figura 5. Reticulado de quatro vértices (DA SILVA FILHO et al, 2008).

Neste caso, é também fixado um operador ~: $|\tau| \rightarrow |\tau|$.

Da mesma forma, o operador ~ constitui o "significado" do símbolo lógico de negação ¬ do sistema que será considerado, e os outros valores do reticulado são:

~T= T(a 'negação' de uma proposição inconsistente é inconsistente);

~V = F (a 'negação' de uma proposição 'verdadeira' é 'falsa');

~F = V (a 'negação' de uma proposição 'falsa' é 'verdadeira');

~⊥ = ⊥ (a 'negação' de uma proposição 'paracompleta' é 'paracompleta').

Um reticulado de quatro vértices associado à Lógica Paraconsistente Anotada de anotação com dois valores (LPA2v) pode ser representado conforme a figura 6.

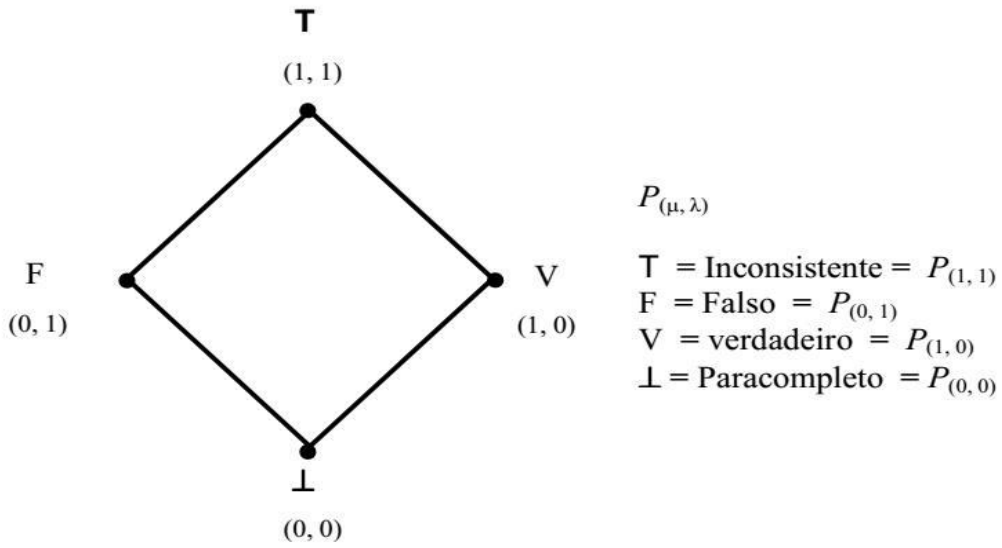


Figura 6. Reticulado de Hasse (DA SILVA FILHO et al., 2008).

O primeiro elemento do par ordenado (μ) representa o Grau em que as

evidências favoráveis sustentam a proposição *P*, e o segundo elemento (λ) representa o Grau em que as evidências desfavoráveis ou contrárias negam ou rejeitam a proposição *P* (DA SILVA FILHO, 2010).

Desse modo a ideia epistemológica intuitiva da associação de uma anotação (μ, λ) a uma proposição P significa que o Grau de Evidência favorável em *P* é μ, enquanto que o Grau de Evidência desfavorável ou contrária é λ. Sendo então, o reticulado de Hasse com anotação de dois valores, onde:

$$\tau = \{(\mu, \lambda) \mid \mu, \lambda \in [0, 1] \subset \Re\}.$$

Se P é uma fórmula básica, o operador ~: $|\tau| \rightarrow |\tau|$ é definido agora como:

$$\sim [(\mu, \lambda)] = (\lambda, \mu).$$

A LPA2v é associada ao reticulado de quatro vértices conforme o representado na figura 5. Verifica-se que em cada vértice deste, é representado um símbolo correspondente aos estados lógicos extremos e sua respectiva anotação. Relacionam-se os estados lógicos extremos representados nos quatro vértices do reticulado com os valores dos Graus de Evidência favorável e desfavorável da seguinte forma:

$P_T = P_{(1,\ 1)} \Rightarrow$ A anotação, composta pelos Graus de Evidência favorável e desfavorável, atribui à proposição *P* uma leitura intuitiva que *P* é inconsistente;

$P_V = P_{(1,\ 0)} \Rightarrow$ A anotação, composta pelos Graus de Evidência favorável e desfavorável, atribui à proposição *P* uma leitura intuitiva que *P* é verdadeira;

$P_F = P_{(0,\ 1)} \Rightarrow$ A anotação, composta pelos Graus de Evidência favorável e desfavorável, atribui à proposição P uma leitura intuitiva que *P* é falsa;

$P_\perp = P_{(0,\ 0)} \Rightarrow$ A anotação, composta pelos Graus de Evidência favorável e desfavorável, atribui à proposição *P* uma leitura intuitiva que *P* é indeterminada.

2.2.1.1 Lógica Paraconsistente no tratamento do conhecimento incerto

Sistemas de controle são obrigados a descrever situações do mundo real baseados em informações obtidas de condições não ideais, devido a vários fatores; as informações vêm impregnadas de ruídos que conferem às mesmas um determinado grau de incerteza. Nestas condições os sistemas tratam com Conhecimento Incerto. A literatura especializada define Conhecimento Incerto como aquele que é discutível e ao qual, está associada alguma medida de incerteza que

descreve crenças para as quais existem certas evidências de apoio. Na prática, a determinação das premissas é tarefa de pesquisas científicas e a validade ou não validade da argumentação é determinada por estudo lógico (DA SILVA FILHO et al., 2008).

Nas aplicações da LPA2v em um sistema de análise, os graus de evidencia favorável, crença, e de evidencia desfavorável, descrença, são considerados como informações de entrada do sistema que servirão para que o sistema equacione os valores e baseado nos resultados tome decisões, conforme apresentado na figura 7. Os estados lógicos representados nos vértices e nas regiões internas do reticulado são as saídas resultantes correspondente da análise paraconsistente. (DA SILVA FILHO & ABE, 2000).

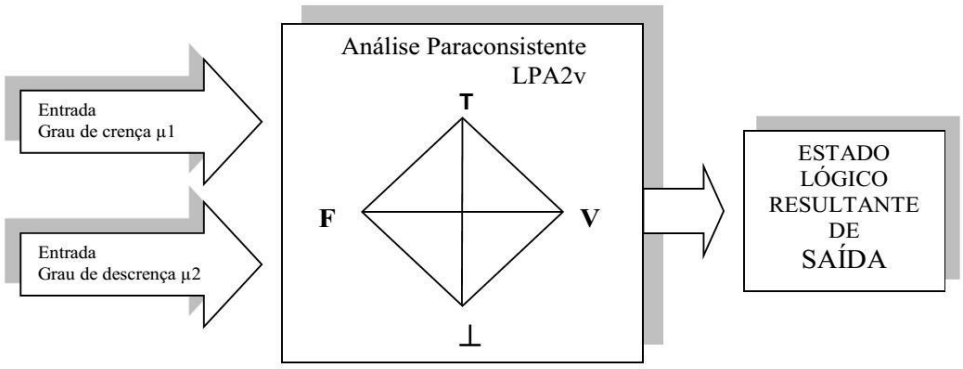


Figura 7. Sistema básico de análise paraconsistente (DA SILVA FILHO & ABE, 2000).

A representação do reticulado da LPA2v pode ser feita no plano cartesiano como pontos no quadrado unitário, no qual são inseridos os graus de evidencia favorável, eixo x, e graus de evidencia desfavorável, eixo y; a figura 8 mostra o reticulado representativo interpretado no quadrado unitário do plano cartesiano (QUPC).

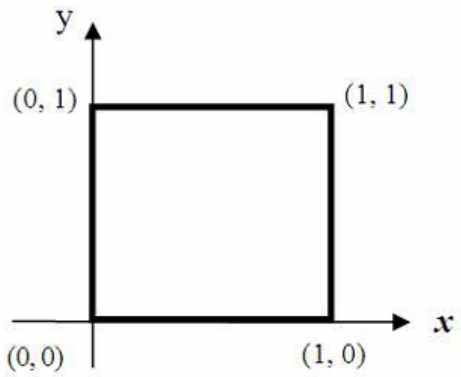


Figura 8. Quadrado unitário do plano cartesiano - QUPC (DA SILVA FILHO & ABE, 2000).

A partir do Quadrado unitário são feitas transformações nas quais se podem obter os valores dos graus de contradição (Gct) e dos graus de certeza (Gc) referentes aos cálculos que envolvem os dois graus de evidencia.

Inicialmente o aumento de escala de $\sqrt{2}$, conforme a figura 9, utilizando a transformação linear: $T_1(x_1, y_1) = (\sqrt{2}\,x,\ \sqrt{2}\,y)$ através da matriz $\begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$.

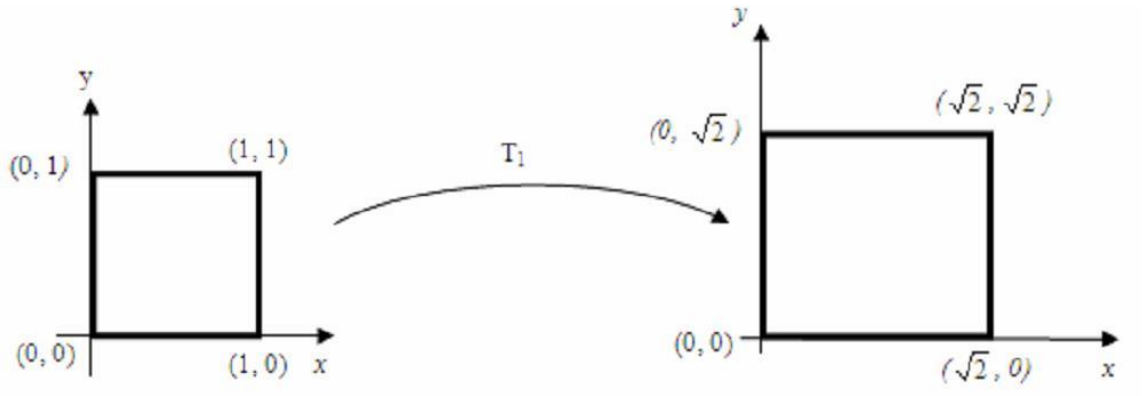


Figura 9. Aumento de escala do QUPC (DA SILVA FILHO & ABE, 2000).

A rotação de 45° em relação à origem, figura 10, é dada pela transformação linear:

$T_2(x_2, y_2) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} x_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} y_1, \frac{\sqrt{2}}{2} x_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} y_1 \right)$ através da matriz $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{-\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$.

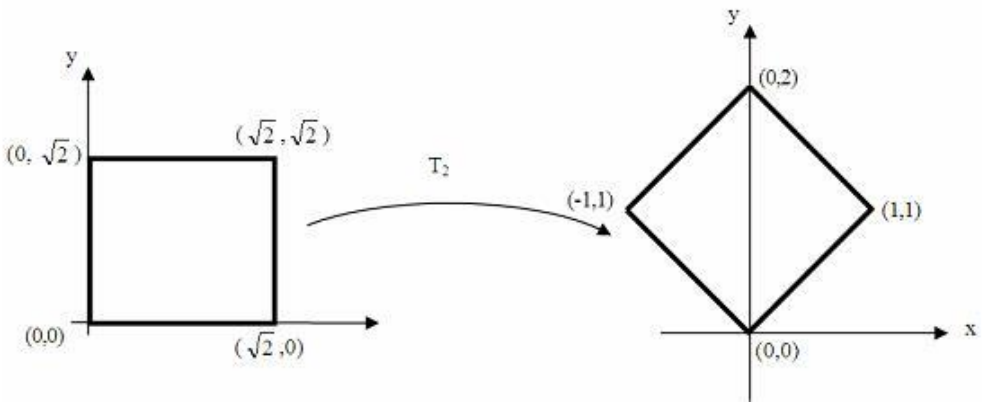


Figura 10. Rotação de 45° em relação à origem (DA SILVA FILHO & ABE, 2000).

A seguir é feita a translação obtida pela transformação $T_3(x_3, y_3) = (x_2, y_2 - 1)$ representada pela figura 11.

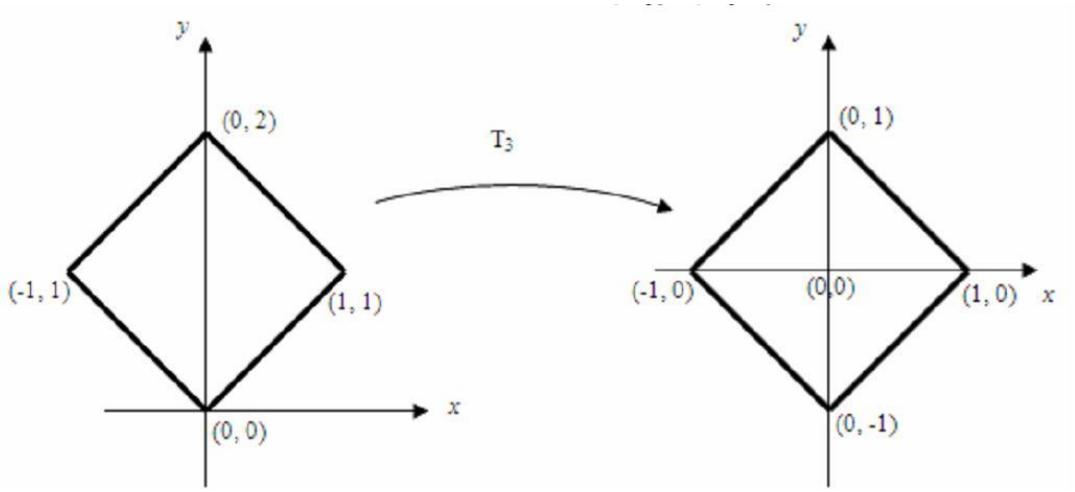


Figura 11. Translação dada pela transformação $T_3(x, y)$ (DA SILVA FILHO & ABE, 2000).

Fazendo a composição $T_3oT_2oT_1$ obtém-se a transformação representada pela equação 10.

$$T_3(x_3, y_3) = (x - y,\ x + y - 1) \tag{10}$$

Através de T(x, y), podem-se converter anotações representadas em QUPC para anotações no reticulado de valores, onde $\tau = \{(\mu, \lambda) \mid \mu, \lambda \in [0, 1] \subset \Re\}$.

Para considerar o raciocínio evidencial através da Lógica Paraconsistente Anotada, dois valores são agora associados a uma anotação do reticulado, o primeiro valor da anotação representa a evidência favorável à proposição *P* e o segundo valor da anotação, representa a evidência contrária à proposição *P*. Com estas considerações, cada constante anotacional do reticulado é agora representada pelo par (μ, λ), onde:

μ = Grau de evidencia favorável;

λ= Grau de evidencia desfavorável.

Conforme visto em (DA SILVA FILHO, 2008) a partir do Quadrado unitário são elaboradas transformações com as quais se obtém os valores dos graus de contradição (G_{ct}) e dos graus de certeza (G_c) referentes aos cálculos que envolvem os dois graus de evidencia.

Relacionando os componentes da transformação $T_3(x_3, y_3)$ conforme a nomenclatura usual da LPA2v vem que: $T_{(Gc, Gct)} = T(\mu - \lambda, \mu + \lambda - 1)$.

Do primeiro termo do par ordenado da equação 10 obtém-se a equação 11, a qual denominou Grau de Certeza.

$$Gc = \mu - \lambda \tag{11}$$

Os valores dos Graus de Certeza G_C pertencem ao conjunto $\Re$, variam no intervalo [-1, 1], e está no eixo horizontal do reticulado, conforme mostra a figura 12, o qual denominou de “Eixo dos graus de Certeza”. Quando G_C resultar em +1 significa que o estado lógico resultante da análise paraconsistente é Verdadeiro, e quando G_C resultar em -1 significa que o estado lógico resultante da análise é Falso.

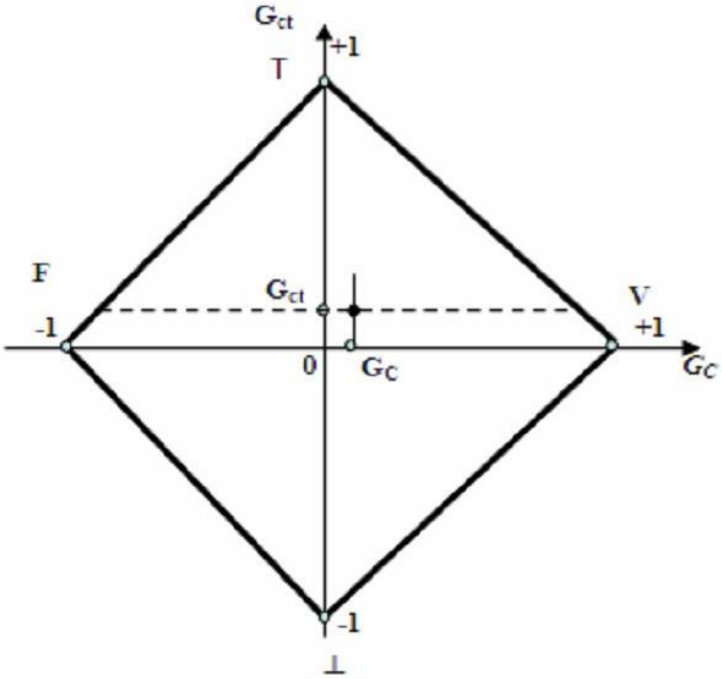


Figura 12. Representação de baixa intensidade das evidências (DA SILVA FILHO, 2008).

Do segundo termo do par ordenado da equação 10 obtém-se a equação 12, a qual denominou Grau de Contradição.

$$Gct = \mu + \lambda - 1 \tag{12}$$

Os valores do Grau de Contradição Gct pertencem ao conjunto $\Re$, variam no intervalo [-1,1] e estão no eixo vertical do reticulado, figura 12, o qual denominamos de “Eixo dos graus de Contradição”. Quando Gct resultar em +1 significa que o estado lógico resultante da análise paraconsistente é Inconsistente, e quando Gct resultar em -1 significa que o estado lógico resultante da análise é Indeterminado (DA SILVA FILHO, 2006).

Na aplicação da LPA2v os Graus de Evidências que alimentam os Sistemas de

tratamento de incertezas são as informações valoradas originárias de várias fontes, ou de diferentes especialistas.

Considera-se, portanto, duas fontes de informação que enviam para o Sistema de Análise e Tomada de Decisão sinais de evidência a respeito de certa proposição P_1, definidos como:

μ_1 - Sinal enviado pela fonte de informação 1;

μ_2 - Sinal enviado pela fonte de informação 2.

Devem-se agregar estas duas informações considerando-as como anotação em uma formula proposicional. Isto transforma as informações das duas fontes acompanhados da Proposição P em um Sinal Paraconsistente do tipo $P(\mu, \lambda)$, onde:

$\mu = \mu_1$ Grau de Evidência favorável à proposição *P*;

$\lambda = 1 - \mu_2$ Grau de Evidência desfavorável à proposição *P* calculado através do complemento do Grau de Evidência favorável da fonte de informação 2.

Em um sistema de análise paraconsistente, as atribuições dos graus de evidencia favorável e desfavorável têm como objetivo oferecer uma resposta ao problema de sinais contraditórios. Os valores de evidencia favorável e desfavorável variam entre 0 e 1, o que permite obter a qualquer instante como respostas os valores dos graus de certeza e contradição, conforme a figura 13 (DA SILVA FILHO & ABE, 2008).

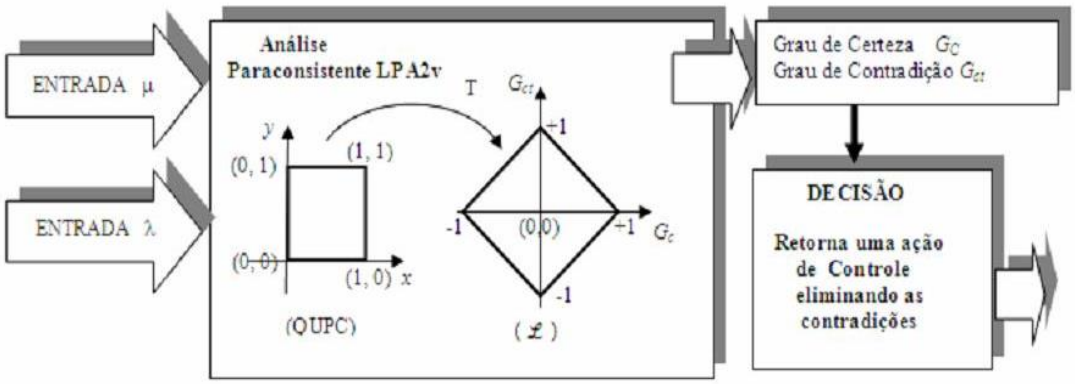


Figura 13. Sistema Paraconsistente para Análise com duas entradas (DA SILVA FILHO, 2006).

Com os valores dos Graus de Certeza Gc e de Contradição Gct formando a representação de resultados no reticulado de valores podem-se fazer algumas considerações acerca de uma análise paraconsistente utilizando os conceitos fundamentais da LPA2v. Com os valores do reticulado são delimitadas regiões através do quadrado unitário do plano cartesiano que definem os estados lógicos

resultantes de saída. Cada par de valores composto por grau de Certeza e grau de Contradição define a localização de um ponto no QUPC e consequentemente no reticulado da LPA2v. O ponto está situado em uma única região delimitada, que por sua vez, corresponde a um único estado resultante de saída.

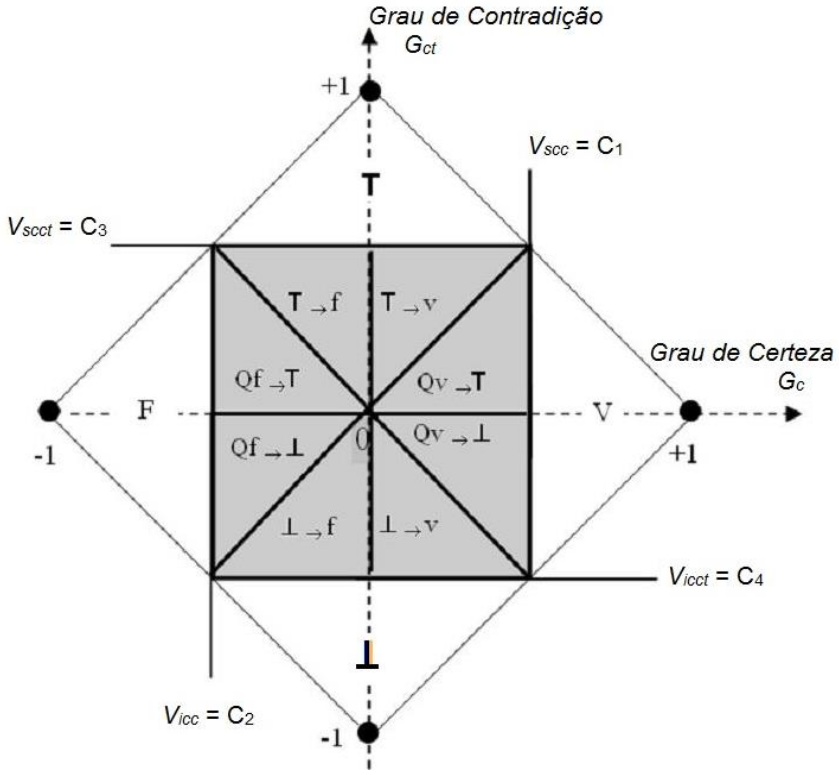


Figura 14. Reticulado da LPA2v dividido em 12 regiões (ABE, 2001).

Na prática é o número de regiões delimitadas que define a resolução do quadrado unitário do plano cartesiano. Portanto, a resolução é totalmente dependente da precisão da análise desejada na saída. Foi escolhido dividir o reticulado em 12 partes, resolução 12, por nos parecer a mais adequada para uma pesquisa inicial, conforme a figura 14. Verifica-se que além dos estados lógicos paraconsistentes conhecidos situados nos quatro vértices do reticulado, os quais são denominados de estados lógicos paraconsistentes extremos, cada um dos oitos estados lógicos internos receberam uma nomeação e simbologia conforme a sua proximidade com os estados lógicos paraconsistentes extremos dos vértices correspondentes.

Os estados Lógicos Extremos são:

T ⇒ Inconsistente;

F ⇒ Falso;

⊥ ⇒ Indeterminado;

V ⇒ Verdadeiro.

Os estados Lógicos Não-Extremos:

⊥ → f ⇒ Indeterminado tendendo ao Falso;

⊥ → v ⇒ Indeterminado tendendo ao Verdadeiro;

T→ f ⇒ Inconsistente tendendo ao Falso;

T→ v ⇒ Inconsistente tendendo ao Verdadeiro;

Qv →T ⇒ Quase verdadeiro tendendo ao Inconsistente;

Qf → T ⇒ Quase falso tendendo ao Inconsistente;

Qf → ⊥ ⇒ Quase falso tendendo ao Indeterminado;

Qv → ⊥ ⇒ Quase verdadeiro tendendo ao Indeterminado.

As variáveis de controle para recursos de otimização são:

Vscc ⇒Valor Superior de Controle de Certeza;

Vscct ⇒Valor Superior de Controle de Contradição;

Vicc ⇒Valor Inferior de Controle de Certeza;

Vicct ⇒Valor Inferior de Controle de Contradição.

As tomadas de decisão em um Sistema de Análise Paraconsistente relacionadas ao eixo de certeza serão consideradas com base nas seguintes verificações:

a) O valor superior de controle de certeza Vscc vai resultar na medida positiva mínima tolerável do estado lógico resultante Verdadeiro;

b) O valor inferior de controle de certeza Vscc vai resultar na medida negativa mínima tolerável do estado lógico resultante Falso;

c) Valores entre a medida positiva do controle de certeza superior e negativa do controle de certeza inferior serão considerados Indefinidos.

Os valores dos graus de Certeza e de contradição quando considerados no reticulado permitem que se possa verificar o quanto o ponto de interpolação entre estes dois valores está, ou não, próximo dos estados lógicos extremos representados nos vértices do reticulado. Na análise paraconsistente para cada valor de μ e de λ tem se um par ordenado (G_C, G_{ct}) que representa um ponto interno ao reticulado de valores constituindo assim, um estado lógico paraconsistente $\varepsilon\tau$.

2.2.1.2 Intervalo de Certeza

Segundo Da Silva Filho (2006) no Sistema de Análise Paraconsistente para tomada de decisão se faz o tratamento de incertezas considerando todas as informações, sejam elas incompletas, indefinidas ou Inconsistentes. Quando o Grau de Certeza é baixo por insuficiência de informação, e não por alto Grau de Contradição, o sistema tem condições de receber mais reforço nos valores dos Graus de evidências. Neste caso as evidências devem ser reforçadas até que o Grau de Certeza alcance um valor máximo apropriado para que seja tomada a decisão, de acordo com a figura 15.

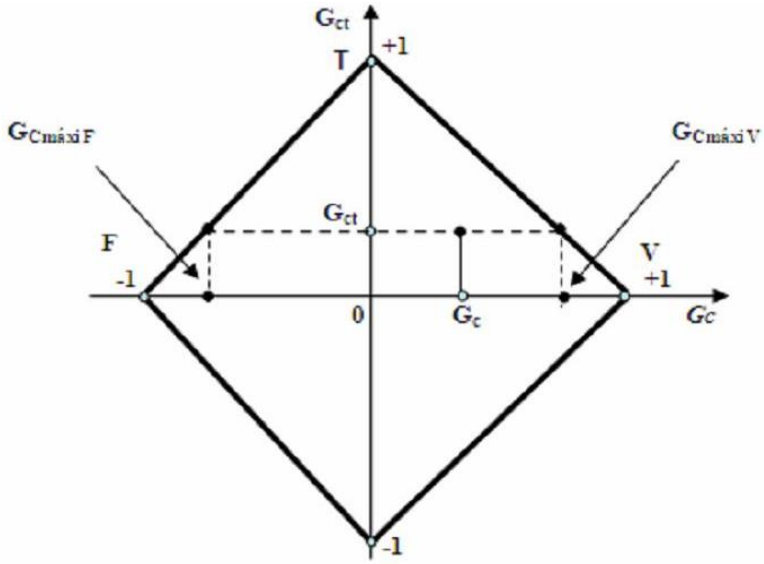


Figura 15. Reticulado dos máximos valores de graus de Certeza (DA SILVA FILHO, 2006).

Pode-se representar um intervalo de valores de certeza no qual o Grau de Certeza pode variar sem que este seja limitado pelo Grau de Contradição. Este intervalo representado por φ pode ser calculado por:

$$\varphi = 1 - |G_{ct}| \tag{13}$$

O Grau de Certeza máximo tendendo ao Verdadeiro será o próprio valor positivo do Intervalo de Certeza, portanto:

$$G_{CmáxV} = +\varphi \tag{14}$$

O Grau de Certeza Máximo tendendo ao Falso será o próprio valor negativo do Intervalo de Certeza, portanto:

$$G_{CmáxV} = -\varphi \tag{15}$$

2.2.1.3 Grau de Certeza de valor real

Um Sistema de decisão capaz de analisar dados originados do conhecimento incerto terá maior robustez quando, ao final da análise, apresentar um resultado que represente o valor de certeza puro, isto é, não contaminado pelos efeitos das incertezas. Portanto, o valor final deve vir subtraído do valor atribuído ao efeito da influência das inconsistências originadas pelas informações conflitantes. Desse modo é feita uma análise na figura representativa do reticulado da LPA2v para que após o tratamento de informações originadas de banco de dados de conhecimento incerto seja obtido um valor de Grau de Certeza real (G_{Cr}).

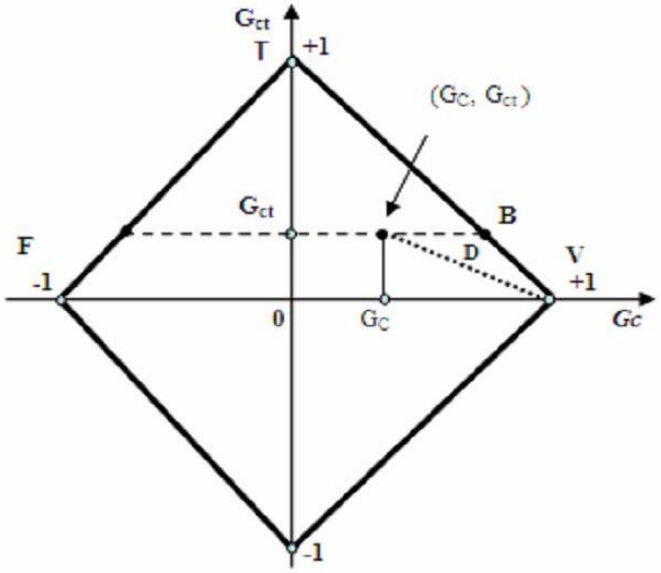


Figura 16. Ponto de interpolação (Gc, Gct) e distância D (DA SILVA FILHO, 2008).

O valor do Grau de certeza real representa o Grau de Certeza livre do efeito da contradição. Para isso, no processo de análise é subtraído o valor relativo ao efeito das inconsistências nas informações (DA SILVA FILHO, 2006).

À distância D da reta da figura que vai do ponto de máximo Grau de Certeza V, representado no vértice direito do reticulado, até ao ponto de interpolação (G_C, G_{ct}), como mostra a figura 16 e é calculada por:

$$D = \sqrt{(1 - |Gc|)^2 + G_{ct}^2} \tag{16}$$

Conforme a figura 17 verifica-se que projetando a distância D no eixo de valores de certeza é obtido o ponto cujo valor será considerado o Grau de Certeza de valor real $G_{CR.}$ Para $G_C > 0$, $G_{Cr} = (1 - D)$, ou seja:

$$G_{CR} = 1 - \sqrt{(1 - |Gc|)^2 + G_{ct}^2} \quad (17)$$

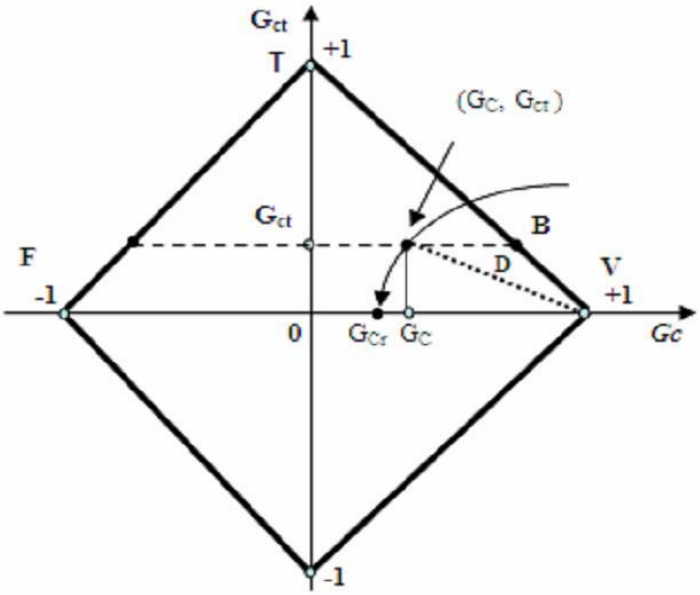


Figura 17. Determinação do Grau de Certeza de valor resultante real (G_{Cr}) no reticulado da LPA2v quando Gc >0 (DA SILVA FILHO & ABE, 2008).

Se o Grau de certeza calculada (G_C) resultar em valor negativo, à distância D será obtida a partir do ponto de certeza F, representado no vértice esquerdo do reticulado, até ao ponto de interpolação ($-G_C$, G_{ct}). O ponto de interpolação nestas condições está representado na figura 18.

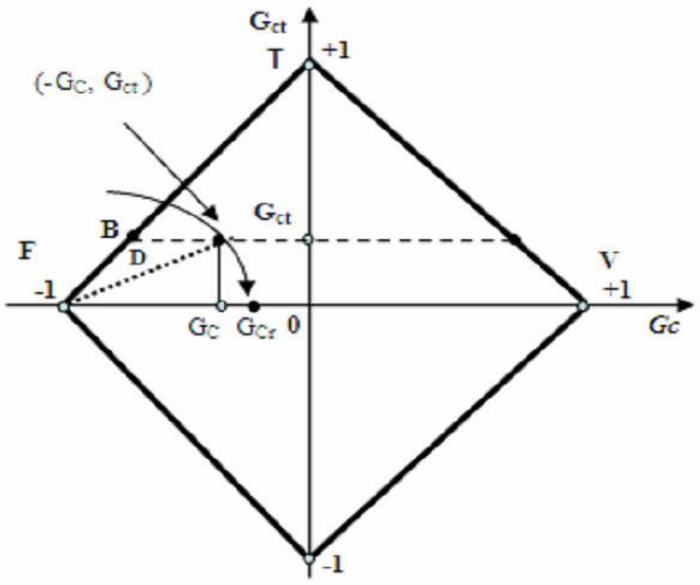


Figura 18. Determinação do Grau de Certeza de valor resultante real (G_{Cr}) no reticulado da LPA2v quando Gc<0 (DA SILVA FILHO & ABE, 2000).

Os valores de G_{ct} negativo não modificam a forma de obtenção de G_{CR}. Portanto, o valor do Grau de Certeza real G_{CR} é obtido a partir da determinação da distância D conforme as condições mostradas abaixo:

Para $G_C < 0$, $G_{CR} = (D - 1)$, ou seja:

$$G_{CR} = \sqrt{(1-|Gc|)^2 + G_{ct}^2} - 1 \tag{18}$$

2.2.1.4 Algoritmo de Análise Paraconsistente da LPA2v

Através da metodologia de interpretação da LPA2v, figura 19, foi construído um algoritmo capaz de produzir um tratamento e controle de sinais de informações incertas e contraditórias, com saída de valores de Graus de Certeza Real e intervalo de certeza (DA SILVA FILHO, 2006).

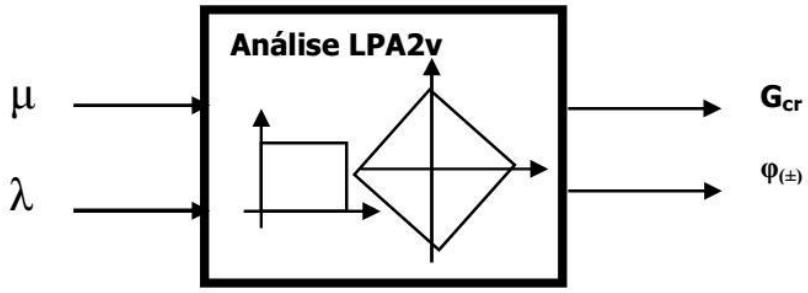


Figura 19. Tratamento e controle de sinais de informações (DA SILVA FILHO, 2000).

Descrição do Algoritmo:

1. Entre com os valores de Entrada

μ */ Grau de Evidência favorável $0 \leq \mu \leq 1$

λ */ Grau de Evidência desfavorável $0 \leq \lambda \leq 1$;

2. Calcule o Grau de Contradição

$Gct = (\mu + \lambda) - 1$;

3. Calcule o Intervalo de Certeza

$\varphi = 1 - |Gct|$;

4. Calcule o Grau de Certeza

$G_C = \mu - \lambda$;

5. Calcule a distância D

$D = \sqrt{(1-|Gc|)^2 + G_{ct}^2}$;

6. Determine o sinal da Saída

Se φ≤ 0,25 ou D>1, então faça S1= 0 e S2= φ: Indefinição e vá para o item 10, senão vá para o próximo item;

7. Determine o Grau de Certeza real

Se GC > 0 G_{Cr} = (1 - D)

Se GC< 0 G_{Cr} = (D - 1);

8. Determine a sinalização do Intervalo de Certeza

Se μ+ λ > 1 Sinalize negativo φ(±) = φ(-)

Se μ+ λ < 1 Sinalize positivo φ(±) = φ(+)

Se μ+ λ =1 Sinalize zero φ(±) = φ(0);

9. Apresente as saídas

Faça S1 = G_{Cr} e S2= φ(±);

10. Fim.

2.2.1.5 Sistema ou Nó de Análise Paraconsistente

De acordo com Da Silva Filho (2006) os Sistemas ou Nós de Análise Paraconsistentes (NAP) que representam os algoritmos elaborados com os conceitos fundamentais da LPA2v facilitam o equacionamento de Graus de Certeza e de Contradição mesmo em análise de informações recolhida de base de dados de Conhecimento Incerto, como pode ser verificado na figura 20.

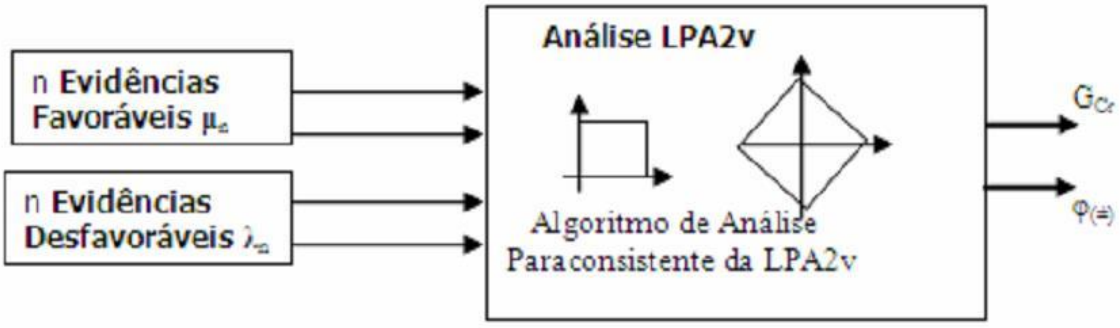
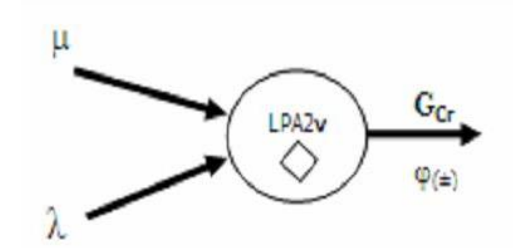


Figura 20. Representação em bloco de um NAP (DA SILVA FILHO, 2006).

Nas redes de análise paraconsistente, os NAPs fazem tratamento de sinais de informação conforme os fundamentos da Lógica Paraconsistente. Com as suas entradas sendo alimentados pelos Graus de Evidências retirados de base de dados

de Conhecimento Incerto, utilizando as equações obtidas da metodologia da LPA2v eles obtém os Graus de Certeza real G_{CR} acompanhados de seus respectivos Intervalos de Certeza φ. Este processo possibilita a obtenção de conclusões a respeito de determinadas proposições (DA SILVA FILHO, 2012).

A representação simbólica de um NAP é apresentada na figura 21 na qual temos duas entradas de Graus de Evidência favorável μ e desfavorável λ a respeito da Proposição analisada e duas saídas de resultados; o Grau de Certeza real G_{CR} e o Intervalo de Certeza simbolizado por φ(±).



.

Figura 21. Representação simbólica de um NAP típico (DA SILVA FILHO, 2006).

2.2.1.6 Rede de Análise Paraconsistente

Uma Rede de Análise Paraconsistente para tratamento de Incertezas se compõem de NAPs interligados entre si, sendo que em cada um é efetuada a analise de uma única proposição, conforme pode ser visto na figura 22.

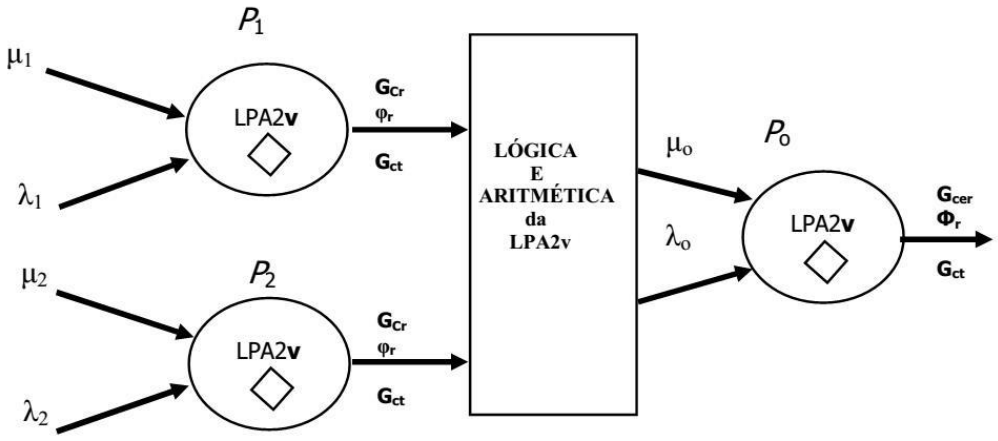


Figura 22. Representação simbólica de uma Rede de Análise Paraconsistente composto de dois nós de análise (DA SILVA FILHO, 2006).

Como uma análise Paraconsistente produz valores de Grau de Certeza real no intervalo fechado entre -1 e +1, para transformar Grau de Certeza resultante da análise de uma proposição em Grau de Evidência para outra proposição é feito uma normalização nos seus valores, segundo a figura 23, da seguinte forma:

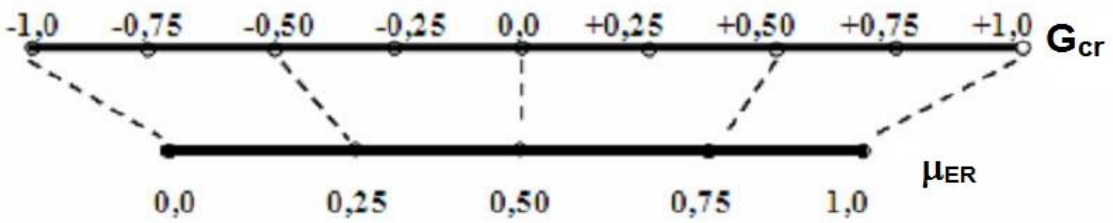


Figura 23. Transformação do Grau de Certeza real em Evidencia resultante (DA SILVA FILHO et al, 2008).

A partir do G_{CR} pode-se encontrar o seu valor normalizado que é denominado de Grau de Evidência Resultante Real μ_{ER}, de acordo com a equação 19.

$$\mu_{ER} = \frac{G_{CR} + 1}{2} \tag{19}$$

O valor do Grau de Contradição (G_{ct}) também pode ser normalizado, encontrando assim o Grau de Contradição normalizado, conforme a equação 20.

$$\mu_{ctr} = \frac{\mu + \lambda}{2} \tag{20}$$

Através do Grau de Contradição normalizado (μ_{ctr}) pode-se então obter um valor indicativo de quanto na análise paraconsistente a contradição está influenciando sobre o valor obtido do Grau de Evidência resultante Real. Esse indicativo é denominado de Intervalo de Evidência (φ_E), e pode ser calculado usando a equação 21 (DA SILVA FILHO et al., 2008).

$$\varphi_E = 1 - \left|2\mu_{ctr} - 1\right| \tag{21}$$

Todos os procedimentos para o tratamento lógico paraconsistente nos sinais capturados na análise de informações estarão relacionados a um algoritmo extraído

dos fundamentos teóricos da Lógica Paraconsistente Anotada com anotação de dois valores (LPA2v), denominado de Nó de Análise Paraconsistente (NAP). A figura 24 apresenta o descritivo e o símbolo de um NAP típico que forma a rede de análise paraconsistente.

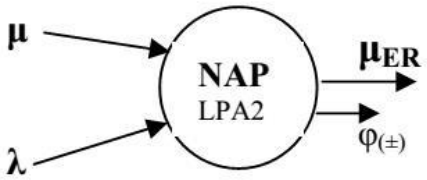


Figura 24. Símbolo do Nó de Análise Paraconsistente (DA SILVA FILHO, 2008).

2.2.1.7 Algoritmo Paraconsistente Extrator de efeitos da Contradição

O Algoritmo Paraconsistente Extrator de efeitos da Contradição ($ParaExtr_{Ctr}$), fundamentado em Lógica Paraconsistente Anotada com Anotação de dois valores (LPA2v) é capaz de extrair gradativamente os efeitos da contradição em sinais de informação originados de banco de dados de conhecimento incerto e pode ser aplicado em filtros de redes de análises de informação, conforme a figura 25, na qual os sinais contraditórios poderão estar presentes (DA SILVA FILHO, 2006).

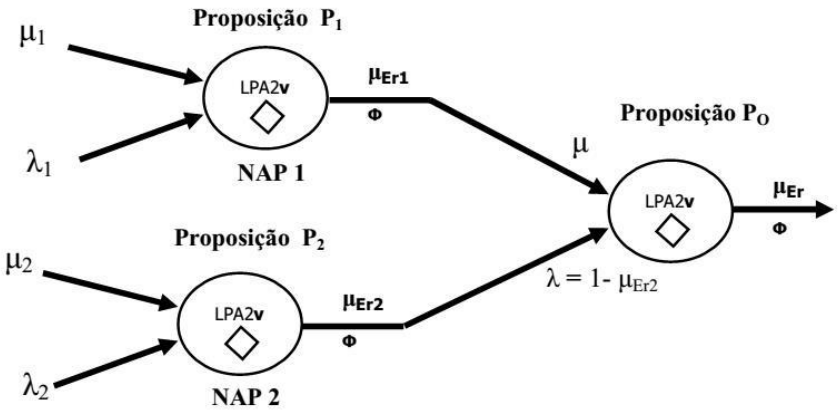


Figura 25. Rede de Análise Paraconsistente - configuração simples (DA SILVA FILHO, 2008).

Em seu funcionamento típico o $ParaExtr_{ctr}$ recebe um grupo de sinais de informação representados por Graus de Evidência à respeito de determinada proposição *P* e independentemente de outras informações externas, faz análise

paraconsistente em seus valores aonde, gradativamente, vai extraindo os efeitos da contradição até restar como saída um único Grau de Evidência resultante real (μ_{ER}), de acordo com a figura 26.

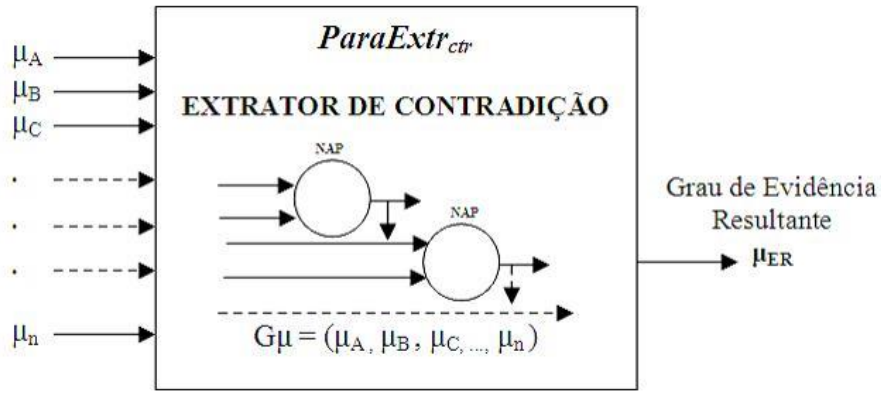


Figura 26. Símbolo do ParaExtr$_{ctr}$ Algoritmo Paraconsistente Extrator de efeitos da Contradição (DA SILVA FILHO, 2008).

A descrição do algoritmo ParaExtr$_{ctr}$ é mostrada a seguir.

1. Apresente os n valores de Graus de Evidência que compõe o grupo em estudo.

   Gμ= (μ_A, μ_B, μ_C,..., μ_n) */Graus de Evidência 0 ≤ μ≤ 1 */

2. Selecione o maior valor entre os Graus de Evidência do grupo em estudo.

   μ_{maxA}= Max (μ_A, μ_B, μ_C,..., μ_n)

3. Considere o maior valor entre os Graus de Evidência do grupo em estudo em Grau de Evidência favorável.

   μ_{maxA}= μ

4. Selecione o menor valor entre os Graus de Evidência do grupo em estudo.

   μ_{mimA}= mim (μ_A, μ_B, μ_C,..., μ_n)

5. Transforme menor valor em Grau de Evidência desfavorável.

   1- μ_{mimA} = λ

6. Faça a análise Paraconsistente entre os valores selecionados:

   μ_{R1}= μ ◊ λ */ Utilização de um NAP */

7. Acrescente o valor obtido μ_{R1} no grupo em estudo, excluindo deste os dois valores μ_{max} e μ_{mim} selecionados anteriormente.

   Gμ= (μ_A, μ_B, μ_C,..., μ_n, μ_{R1}) - (μ_{maxA}, μ_{mim}A)

8. Retorne ao item 2 até que o Grupo em estudo tenha um único elemento resultante das análises.

$G\mu = (\mu_{ER})$

Na aplicação do Algoritmo $ParaExtr_{ctr}$ o processo de captura de informações de diversas fontes inicia-se pela obtenção dos Graus de Evidência favoráveis e desfavoráveis por meio de equações de normalização. Esses graus formarão os grupos que serão analisados por blocos de NAPs aos quais compõem os Algoritmos Extratores de Contradição. A rede de algoritmos paraconsistentes captura os dados nas fontes e extrai os efeitos das contradições até que na análise final seja obtido um único valor de Grau de Evidência resultante (DA SILVA FILHO, 2008).

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Através do experimento realizado no laboratório de Engenharia Mecânica da Universidade Santa Cecília (UNISANTA), obteve-se medidas de tensão e flexão de trinta e sete corpos de prova ensaiados com o propósito de medir à resistência a flexão mecânica de pisos cerâmicos, os quais foram usados para determinar o comportamento do lote referente à amostra, através do modelo de distribuição de Weibull e da Lógica Paraconsistente Anotada com anotação de dois valores.

3.1 Ensaios de flexão utilizando peças cerâmicas

Foram selecionados aleatoriamente 37 chapas cerâmicas com espessuras de 7,8mm, oriundas de um mesmo lote, das quais foram preparados corpos de provas (CPs) nas dimensões: 298 x 148 x 7,8mm. Os CPs foram ensaiados por flexão a três pontos conforme a norma NBR 13818 (1997). Tal norma solicita um tratamento prévio dos CPs em uma estufa a 110°C por 26 horas e depois resfriamento a temperatura ambiente dentro de um dessecador e submetida às provas em um intervalo de uma hora na máquina de ensaios. Esta operação foi realizada em uma estufa específica para a secagem de consumíveis de solda da INSPEBRAS (2014), conforme a figura 27, cedida dentro do convênio desta empresa com a UNISANTA.

Figura 27: Estufa de secagem.

As amostras foram medidas com um paquímetro analógico Mitutoyo de

resolução 0,05 mm e posicionadas na máquina universal de ensaios de acordo com os padrões apresentados na tabela C.1 “Dimensões dos apoios e da barra”, descritos no anexo C da NBR 13818.

Os corpos de prova ensaiados foram submetidos à compressão na máquina Universal de Ensaios, eletromecânica e microprocessada EMIC modelo DL5000, como apresentado na figura 28, com o Programa Tesc versão 3.01.

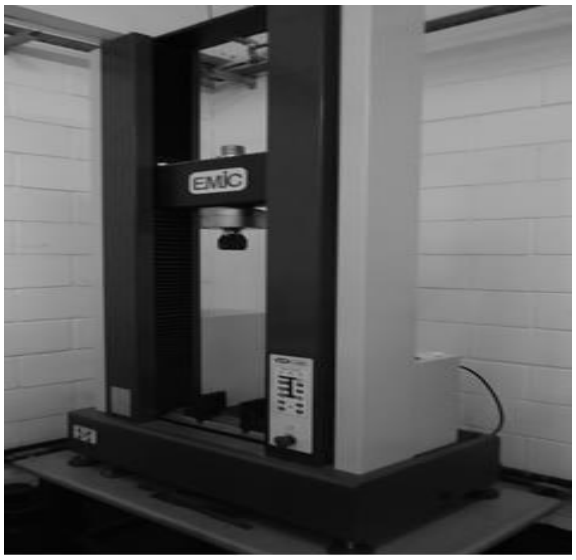


Figura 28. Máquina de Ensaios-EMIC DL5000.

O *software* Tesc permite o acesso aos dados de força e deslocamento registrados pela célula de carga e pelo LVDT (*Linear Variable Differential Transformer* ou Transformador Diferencial Variável Linear) da máquina. A carga exercida sobre os CPs ao longo dos ensaios, fornecida pelo *software* Test permitiu o cálculo da tensão. Os ensaios de flexão realizados em três pontos, de acordo com a figura 29, teve calculado sua resistência à flexão utilizando a equação 22.

$$MRF = \frac{3.F.L}{2.b.e^2} \qquad (22)$$

Onde: MRF– Módulo de resistência à flexão;

F – Força de ruptura em Newtons;

L – Distância da barra de apoio em milímetros;

b – Largura do corpo de prova ao longo da ruptura em milímetros;

e – Espessura do corpo de prova em milímetros.

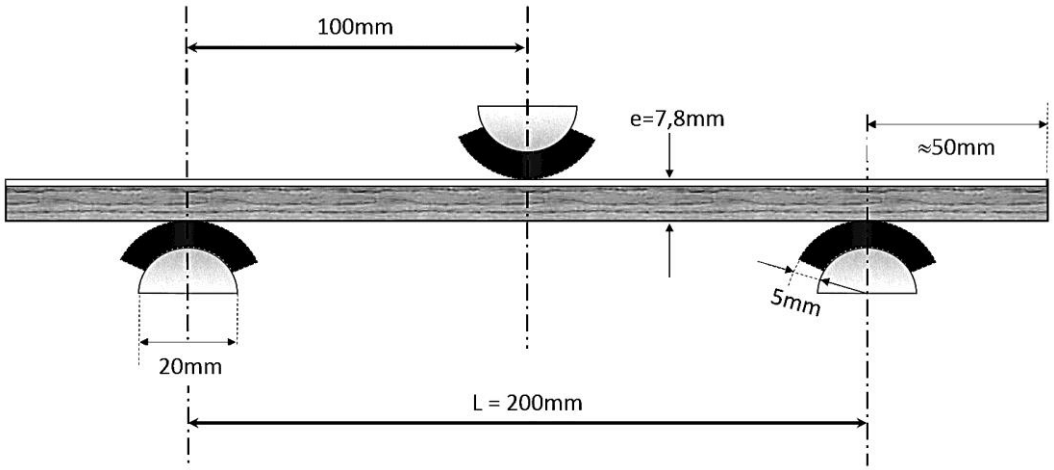


Figura 29. Dimensões da amostra e dos pontos de apoio.

Antes dos ensaios cada CP foi inspecionado visualmente para detectar possíveis avarias que interferissem no experimento. Todos os cálculos desenvolvidos neste trabalho e os gráficos dos parâmetros da distribuição de Weibull e das medidas da Lógica Paraconsistente Anotada com anotação de dois valores foram obtidos com o uso do *software Microsoft Excel* (OFFICE, 2010); o *software* Minitab 17 (MINITAB, 2014) foi usado na elaboração dos gráficos de funções de distribuição de probabilidades e o *software* GeoGebra 5.0.78.0-3D (GEOGEBRA, 2014) na construção dos reticulados da LPA2v.

Para os ensaios os CP's utilizados foram submetidos aos testes de forma aleatória e identificados no início e durante o processo, sendo o primeiro procedimento uma inspeção visual para detectar possíveis avarias ou fraturas que inviabilizassem o experimento. As 37 amostras de pisos cerâmicos foram numeradas de forma aleatória e posteriormente divididas em dois grupos. O primeiro grupo (A), composto por 3 corpos de prova, foi empregado para fazer ajustes no procedimento de realização dos ensaios e na velocidade da máquina de teste. O segundo grupo (B), considerado o grupo principal, foi composto por 34 corpos de provas que foram empregados para gerar os dados analisados.

3.2 Resultados do ensaio com as peças cerâmicas.

No quadro 1 são apresentados parte dos dados dos grupos de CPs e os resultados obtidos nos ensaios. A partir destes dados foi calculada a tensão de ruptura em cada ensaio, segundo a equação 22.

Quadro 1. Dados obtidos nos ensaios dos CPs dos grupos A e B

CP	t(s)	δ(mm)	F(N)	σ(MPa)
GA-CP1	414	1,380	501,4	16,7
GA-CP2	428	1,425	491,7	16,4
GA-CP3	401	1,335	560,0	18,7
σ = Tensão				
t = Tempo				
δ = Flexão				
F = Força				

CP	t(s)	δ(mm)	F(N)	σ(MPa)
GB-CP4	77,8	1,296	498,2	16,6
GB-CP5	87,2	1,453	612,1	20,4
GB-CP6	80,8	1,347	592,6	19,7
◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦
GB-CP35	72,3	1,205	534,0	17,8
GB-CP36	83,0	1,383	556,8	18,6
GB-CP37	80,8	1,347	524,2	17,5

3.3 Análise exploratória dos dados.

De acordo com NIST (2001), a análise exploratória de dados (AED) emprega uma variedade de técnicas gráficas para: maximizar o conhecimento sobre um conjunto de dados; investigar hipóteses sobre a estrutura dos dados; detectar *outliers*; examinar relações entre as variáveis. Para explorar adequadamente a natureza dos dados e suas propriedades, é importante que seja feita a análise exploratória dos dados, conforme o quadro 2, antes do uso de certas ferramentas estatísticas, para evitar erros grosseiros, e a análise parcial com a geração de resultados duvidosos.

Quadro 2. Resumo de Estatísticas Descritivas: Tensão (MPa); Flexão (mm).

Variável	N	Média	EP Médio	Desv. Padrão	Coef. Variação	Mín.	Q1	Mediana	Q3	Máx.
σ(MPa)	34	18,381	0,238	1,387	7,55	16,055	17,194	18,333	19,445	21,587
δ(mm)	34	1,331	0,016	0,092	6,92	1,197	1,254	1,331	1,403	1,513

Os dados foram analisados visando revelar *outliers* através da técnica gráfica Box-Plot (caixa de bigodes), e teste de Razão de Dixon apresentados no quadro 3. O Box-Plot é uma excelente ferramenta, pois permiti visualizar a locação, a dispersão, a simetria, os limites de *outliers* e os próprios *outliers*, independentemente da forma da distribuição de um conjunto de dados, conforme a figura 30 (TAVARES et al., 2015). O Box-Plot é construído com base na mediana e nos quartis associados ao conjunto de dados, o que o torna resistente a valores perturbadores dentro da faixa de limites de *outliers* e, consequentemente, atraente em análise exploratória de dados (HOAGLIN et al., 1992).

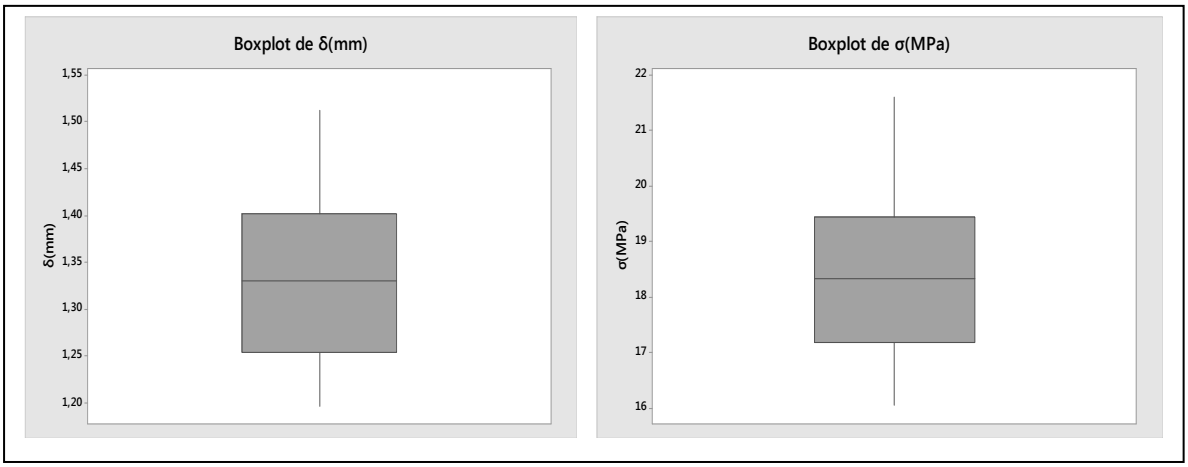


Figura 30. Box-Plot da Flexão e da Tensão.

Os valores r_{22} no Teste de Razão de Dixon são obtidos considerando-se como hipótese nula (H_0): Todos os valores da amostra são da mesma população normalmente distribuída. Sua hipótese alternativa (H_1) é: Um dos valores da amostra não é da mesma população normalmente distribuída. Dixon (1953) observou que as maiores amostras de uma população normal tem maior probabilidade de incluir valores extremos, por essa razão analisou-se a presença de *outlier* no conjunto de dados utilizando a razão Q de Dixon r22 para amostras com tamanho N >= 14 dados. Não foi detectado nenhum *outlier* no nível de significância 5%.

Quadro 3. Teste de Razão (r22) de Dixon: Tensão (MPa); Flexão (mm).

Variável	N	Mín.	x[2]	x[3]	x[N-2]	x[N-1]	Máx.	r22	p
σ(MPa)	34	16,055	16,272	16,597	20,394	21,154	21,587	0,24	0,523
δ(mm)	34	1,1972	1,198	1,1989	1,4536	1,498	1,513	0,19	0,847

Barnett e Lewis (1995) definiram *outlier* como sendo uma observação que parece ser inconsistente com os demais elementos do conjunto de dados. Os *outliers* podem indicar características importantes sobre o conjunto de dados, como modelo incompatível com os dados ou omissão de variáveis importantes. Os gráficos da figura 30 apresentam um traço superior mais longo o que indica uma leve assimetria positiva, a lateral direita da distribuição é mais longa do que a lateral esquerda. Nenhum *outlier* foi identificado em nenhum dos dois conjuntos de dados.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Resultados obtidos com a distribuição de Weibull

Ordenando-se as tensões de ruptura calculadas no grupo B de peças cerâmicas, é calculado um valor de probabilidade para romper o corpo de prova. Utilizou-se quatro métodos para determinar qual apresentava um melhor resultado para a probabilidade cujos valores e equações estão indicados no quadro 4. Verifica-se que o menor valor de tensão terá a menor probabilidade, e o maior valor de tensão terá a maior probabilidade. Desta maneira, está-se sugerindo que um valor de tensão baixo, naquelas condições do ensaio, possui uma probabilidade baixa de romper o corpo de prova, e que um valor alto possui uma probabilidade maior de romper o material.

Quadro 4. Probabilidades dos CP do grupo B.

Cálculo das Probabilidades das σ por diferentes Métodos				
Tensão (MPa)	Johnson	Benard	Kaplan	KaplanMeier
	i / (n+1)	(i - 0,3) / (n+0,4)	(i - 0,5) / n	i / n
16,054960	0,028571	0,020349	0,014706	0,029412
16,271860	0,057143	0,049419	0,044118	0,058824
16,597370	0,085714	0,078488	0,073529	0,088235
◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦
20,394210	0,914286	0,921512	0,926471	0,941176
21,153510	0,942857	0,950581	0,955882	0,970588
21,587300	0,971429	0,979651	0,985294	0,997059

A questão em aberto consiste em saber qual dos quatro estimadores apresentados no quadro 4 deve ser usado. “Assim vários autores estudaram a ‘precisão’ desses estimadores” (VIEIRA et al., 1989).

Adotou-se o método de Kaplan e Meier para a distribuição de Weibull com dois parâmetros, pois se obteve a maior correlação, igual a 0,9498. Quanto à distribuição de Weibull com três parâmetros foi utilizado o método de Johnson, pois a maior correlação obtida foi de 0,9771.

Weibull propôs uma distribuição para descrever o tempo de vida de materiais

sob cargas que causavam fadiga e fraturas nestes materiais (WEIBULL, 1951). Considerando-se a distribuição das falhas na forma da equação 23, para $x \geq \gamma$, $\eta > 0$ e $\beta > 0$. P(x) é a probabilidade de falha ao se considerar o fator x, resistência do piso cerâmico.

$$P(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \tag{23}$$

Na equação 23, η é o fator de escala, que é o valor característico da distribuição, tal como o tempo de vida, a resistência mecânica ou a carga; β é o parâmetro de forma da distribuição, mais conhecido como coeficiente de Weibull. Este valor controla a variância dos valores medidos; quanto maior seu valor, mais estreita é a distribuição dos valores medidos, e mais alto é o pico; γ é chamado parâmetro de localização, que é o menor valor característico do parâmetro medido. A probabilidade de ocorrer uma falha, se, por exemplo, a tensão aplicada for menor que γ é zero. Desta forma, a resistência medida será sempre o menor valor de um conjunto de valores possíveis. Se os ensaios forem repetidos, outros valores mínimos serão obtidos, assim a resistência medida pode ser considerada um valor aleatório.

A equação 23 é chamada “Distribuição de Weibull com três Parâmetros”. Assumindo que o menor valor possível de resistência de qualquer corpo cerâmico é zero, $\gamma = 0$, a distribuição resultante é chamada de “Distribuição de Weibull com dois parâmetros”, equação 24.

$$P(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^{\beta}} \tag{24}$$

4.1.1 Cálculo dos valores da distribuição de Weibull com dois parâmetros

Esta forma da distribuição de Weibull é frequentemente usada quando o menor valor da variável aleatória pode ser assumido como sendo zero. Os parâmetros da distribuição de Weibull para um determinado conjunto de dados pode ser estimado

através de vários métodos. Foi usado o método de regressão linear por este apresentar melhores resultados de aproximação. Através do rearranjo da equação 24 e da aplicação de logaritmo natural duas vezes, obtém-se a equação linear 25.

$$P(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^{\beta}}$$

$$1 - P(x) = e^{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^{\beta}}$$

$$\frac{1}{1 - P(x)} = e^{\left(\frac{x}{\eta}\right)^{\beta}}$$

$$\ln\left[\ln\left(\frac{1}{1 - P(x)}\right)\right] = \ln\left[\ln e^{\left(\frac{x}{\eta}\right)^{\beta}}\right]$$

$$\ln\left[\ln\left(\frac{1}{1 - P(x)}\right)\right] = \beta \ln(x) - \beta \ln(\eta) \quad (25)$$

Aplicando-se a equação 25 ao estudo da resistência mecânica de materiais frágeis, obtém-se a equação 26.

$$\ln\left[\ln\left(\frac{1}{1 - P(\sigma_P)}\right)\right] = \beta \ln \sigma_P - \beta \ln \sigma_\eta + \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) \quad (26)$$

Onde σ_P é a tensão de ruptura do material cerâmico associada a probabilidade P e σ_0 é a resistência média do material. Considerando não haver variação de volume, obtem-se a equação final 27.

$$\ln\left[\ln\left(\frac{1}{1 - P(\sigma_P)}\right)\right] = \beta \ln \sigma_P - \beta \ln \sigma_\eta \quad (27)$$

Para a determinação dos coeficientes da equação 27, é necessário ainda calcular os valores de ln (σ_i) e ln[ln (1/ (1-P_i)] apresentados no quadro 5.

Quadro 5. Dados calculados para Regressão linear – dois parâmetros.

Cálculo dos parâmetros de Weibull (dois)					
Tensão (MPa)	Eixo das abscissas	Eixo das ordenadas - ln[ln(1/(1-P(σ)))]			
	ln(σ)	Johnson	Benard	Kaplan	KaplanMeier
16,054960	2,776018	-3,540889	-3,884470	-4,212109	-3,511471
16,271860	2,789437	-2,832925	-2,982195	-3,098420	-2,803054
16,597370	2,809244	-2,412264	-2,504213	-2,572126	-2,381917
◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦
20,394210	3,015251	0,898834	0,934054	0,959377	1,041412
21,153510	3,051806	1,051591	1,101085	1,138120	1,260266
21,587300	3,072105	1,268453	1,359625	1,439718	1,762836

$$Y = Ax + B \tag{28}$$

Considerando a equação 28 como equação geral da reta de regressão linear, relacionando com a equação 27, terá:

$\ln\left[\ln\left(\frac{1}{1-P(x)}\right)\right]$ = Variável dependente(Y);

$\ln \sigma_P$ = Variável independente (*X*);

β = Responsável pela inclinação da reta (A);

$-\beta \ln \sigma_\eta$ = Coeficiente linear (B).

Para obter a reta ajustada, de onde se determina o módulo de Weibull β (coeficiente angular A) e o fator de escala η calculado a partir do coeficiente linear β utilizamos a equação 29.

$$\eta = e^{-(B/\beta)} \tag{29}$$

O coeficiente angular da reta de regressão é obtido com a equação 30.

$$A = \frac{\sum XY - n\overline{X}\overline{Y}}{\left(\sum X\right)^2 - n\overline{X}^2} \tag{30}$$

O coeficiente linear da reta de regressão é obtido com a equação 31.

$$B = \overline{Y} - A\overline{X} \tag{31}$$

Observa-se a reta ajustada e a sua regressão linear equação na figura 31.

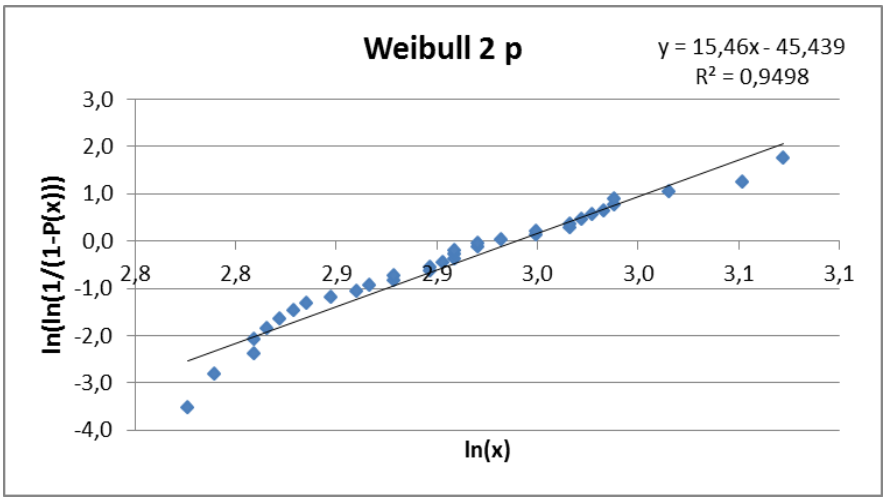


Figura 31. Gráfico de dispersão dos pontos com reta ajustada.

Com a equação da reta ajustada pode-se determinar os valores dos dois parâmetros de Weibull, módulo β = 15,46 e o fator de escala η = 18,90 usados na construção do gráfico de distribuição de probabilidades, conforme a figura 32, e no gráfico de distribuição acumulada, de acordo com a figura 33.

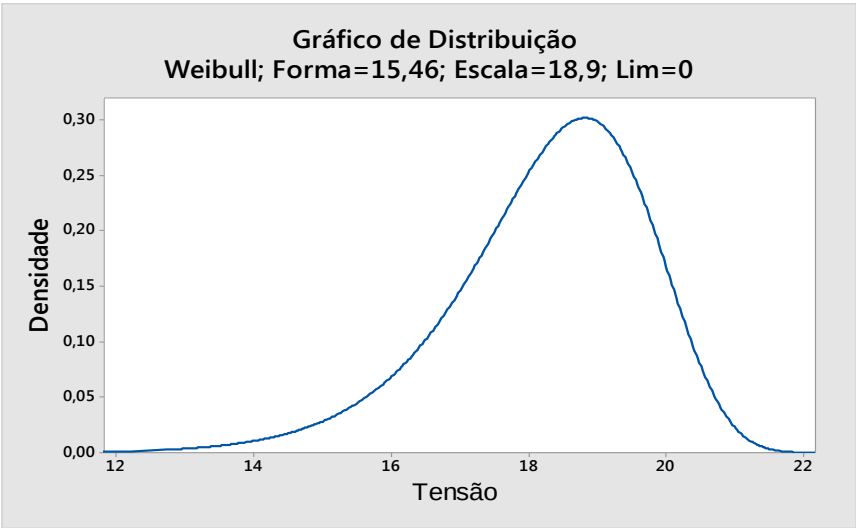


Figura 32. Gráfico da distribuição de probabilidades de Weibull – 2p.

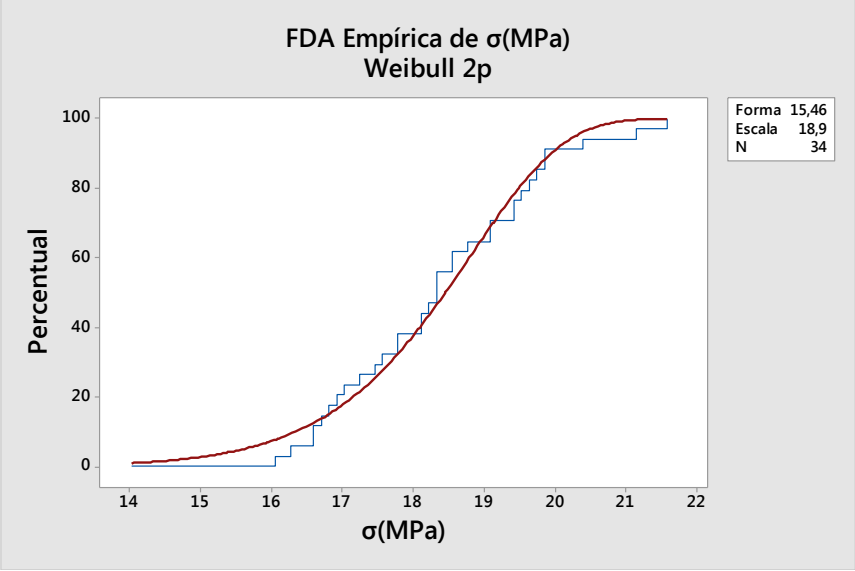


Figura 33. Gráfico da distribuição de probabilidades acumulada de Weibull – 2p.

4.1.2 Cálculo dos valores da distribuição de Weibull com três parâmetros

Utilizando a equação 23 do modelo de distribuição de Weibull com três parâmetros e fazendo as devidas alterações para utilizar o método de regressão linear através do rearranjo da equação 23 e da aplicação de logaritmo natural duas vezes, obtém-se a equação linear 32.

$$\ln\left[\ln\left(\frac{1}{1-P(\sigma)}\right)\right] = \beta\ln(\sigma-\sigma_\gamma) - \beta\ln\sigma_\eta \qquad (32)$$

Para a determinação dos coeficientes da equação 32, é necessário ainda calcular os valores de $\ln(\sigma_i)$ e $\ln[\ln(1/(1-P_i)]$ apresentados no quadro 6.

Quadro 6. Dados calculados para 2ª Regressão Linear – 3 parâmetros.

Cálculo dos parâmetros de Weibull (três)							
Eixo das abscissas				Eixo das ordenadas			
$\ln(\sigma-\sigma_\gamma)$				$\ln[\ln(1/(1-P(\sigma)))]$			
Johnson	Benard	Kaplan	KaplanMeier	Johnson	Benard	Kaplan	KaplanMeier
-3,8947	-3,8947	-3,8947	-3,8947	-3,5409	-3,8845	-4,2121	-3,5115
-3,0074	-3,0074	-3,0074	-3,0074	-2,8329	-2,9822	-3,0984	-2,8031
-2,5448	-2,5448	-2,5448	-2,5448	-2,4123	-2,5042	-2,5721	-2,3819
◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦
-0,0817	-0,0817	-0,0817	-0,0817	0,8988	0,9341	0,9594	1,0414
-0,0507	-0,0507	-0,0507	-0,0507	1,0516	1,1011	1,1381	1,2603
-0,0206	-0,0206	-0,0206	-0,0206	1,2685	1,3596	1,4397	1,7628

Mantendo os mesmos procedimentos adotados na regressão utilizada para determinar os dois parâmetros da distribuição de Weibull, obtivemos a seguinte reta ajustada conforme figura 34.

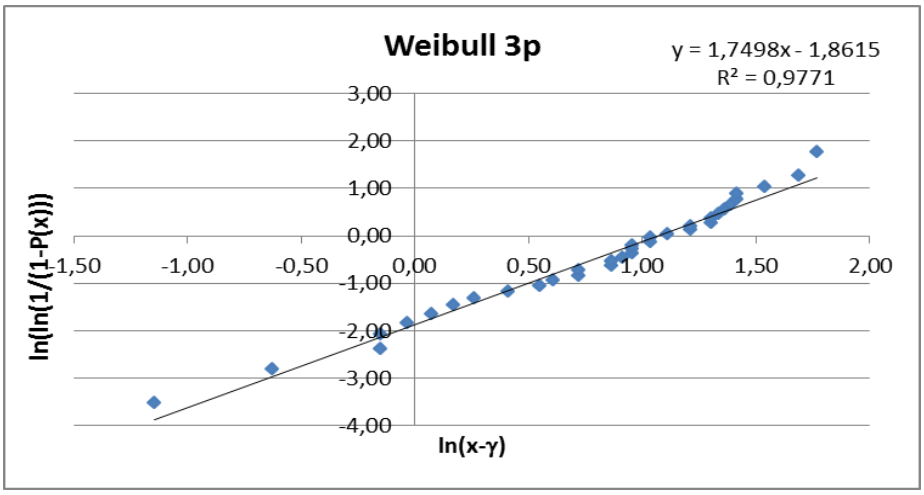


Figura 34. Gráfico de dispersão dos pontos com reta ajustada.

Para viabilizar as análises e comparações feitas nos tópicos seguintes foi utilizado o software Minitab, o qual utiliza o método de máxima verossimilhança, para determinar os valores dos três parâmetros de Weibull, módulo β = 2,02 e o fator de escala η = 2,98 e valor de posição, γ = 15,74, usados na construção do gráfico de distribuição de probabilidades de Weibull, conforme a figura 35, e no gráfico de distribuição acumulada, de acordo com a figura 36.

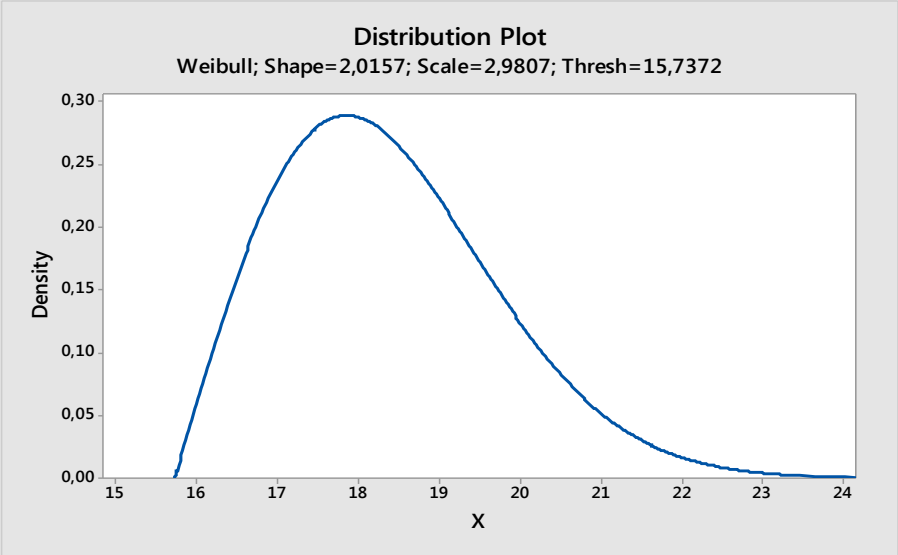


Figura 35. Gráfico da distribuição de probabilidades de Weibull – 3p.

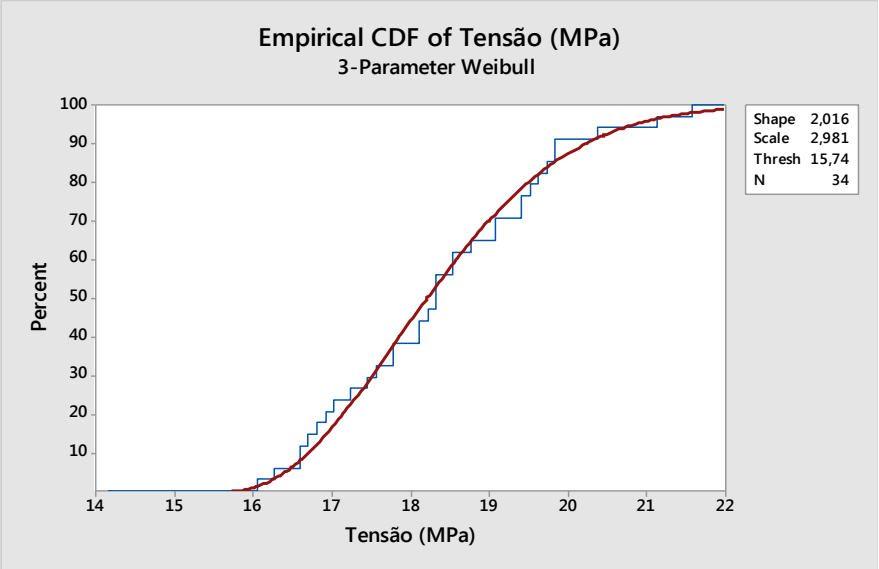


Figura 36. Gráfico da distribuição de probabilidades acumulada de Weibull – 2p.

4.1.3 Função geradora de momentos, Valor Esperado e Variância.

O tempo médio de período de vida (MTTF) e a variância da distribuição de Weibull com três parâmetros são obtidos, respectivamente, pela equação 8 e pela equação 9. Substituindo os valores dos três parâmetros de Weibull módulo β = 2,02, fator de escala η = 2,98 e valor de posição γ = 15,74, foram encontrados os seguintes resultados:

E(x) = 18,37 MPa

Desvio Padrão(x) = 1,37 MPa

O valor esperado, esperança matemática, da resistência mecânica das peças cerâmicas do lote ensaiado com sua respectiva variabilidade indica homogeneidade com relação a variável tensão.

4.1.4 Análise dos resultados da função de distribuição de probabilidades de Weibull com dois e três parâmetros

As regressões dos dados da distribuição para Weibull com dois e três parâmetros apresentou um melhor ajustamento dos pontos no gráfico da figura 30, portanto foi adotada uma análise do modelo ajustado para três parâmetros. Para analisar esses resultados, o principal valor a ser considerado é o coeficiente de Weibull. A mais importante conclusão obtida com o valor de β é que, quanto maior o

seu valor, maior é acurácia, ou seja, a dispersão tende a ser menor, facilitando para que a curva da Distribuição de Weibull tenha a forma de pico. Como resultado, se obtém uma distribuição mais homogênea dos defeitos na microestrutura do corpo de prova**.** Os resultados de resistência mecânica demonstraram que os pisos cerâmicos apresentaram um bom valor de módulo de resistência à flexão, o módulo de Weibull obtido, β = 2,02, para todos os CPs foi significativo, o que demonstra a reprodutibilidade da resistência mecânica das cerâmicas.

4.2 Resultados obtidos com a Lógica Paraconsistente Anotada com 2 valores

O processo lógico racional não pode ignorar as contradições, mas procurar extrair delas informações que possam ser relevantes para a tomada de decisão (DA SILVA FILHO et al., 2008). Os obtidos resultados através da LPA2v são apresentados de dois modos, primeiramente através do Reticulado e depois através de cálculos utilizando os NAPs.

Para os dois casos foram utilizados os resultados encontrados no experimento para determinar a resistência mecânica à flexão de pisos cerâmicos para encontrar as evidências normatizadas utilizando a equações 33, $\mu_1 = \sigma$ e $\mu_2 = \delta$, quadro 7.

$$\mu_{1i} = \frac{\sigma_i}{Máx(\sigma)} \qquad \mu_{2i} = \frac{\delta_i}{Máx(\delta)} \tag{33}$$

Quadro 7. Evidências normatizadas para Tensão e Flexão.

CP	i	σ(MPa)	δ(mm)	μ_1	μ_2
GB-CP4	1	16,59737	1,29641	0,768848	0,856825
GB-CP5	2	20,39421	1,45337	0,944732	0,960563
GB-CP6	3	19,74319	1,34720	0,914574	0,890393
◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦
GB-CP35	32	17,79046	1,20453	0,824117	0,796099
GB-CP36	33	18,55010	1,38278	0,859306	0,913908
GB-CP37	34	17,46528	1,34722	0,809053	0,890406

Os valores de tensão e flexão no momento da fratura do corpo de prova cerâmico são transformados em Valores Lógicos Paraconsistentes, ou Graus de

Evidência inicial, dentro do intervalo dos números reais [0,1]. A proposição lógica que será utilizada nesta análise será *P*: “O Corpo de prova fraturou”.

Após a extração dos graus de evidências da tensão e da flexão definimos seus valores lógicos de grau de evidencia favorável $\mu = \mu_1$, grau de evidência desfavorável $\lambda = 1 - \mu_2$ e sua notação *P*(μ, λ). Nessa representação, o primeiro elemento do par ordenado μ representa o grau em que as evidências favoráveis sustentam a proposição *P*, e o segundo elemento λ representa o grau em que as evidências desfavoráveis, ou contrárias, negam ou rejeitam a proposição *P*.

Após a extração dos graus de evidências da tensão e da flexão definimos seus valores lógicos de grau de evidencia favorável $\mu = \mu_1$, grau de evidência desfavorável $\lambda = 1 - \mu_2$ e sua notação *P*(μ, λ). Nessa representação, o primeiro elemento do par ordenado μ representa o grau em que as evidências favoráveis sustentam a proposição P, e o segundo elemento λ representa o grau em que as evidências desfavoráveis, ou contrárias, negam ou rejeitam a proposição *P*.

Relacionando os componentes da transformação T(x, y), obtida no Reticulado k com o Reticulado associado a LPA2v, figura 11, e utilizando a sua nomenclatura usual, onde: x= μ → Grau de evidência favorável; y= λ → Grau de evidência desfavorável.

Conforme visto no item 2.2.1.1, **o** primeiro termo obtido no par ordenado da equação da transformação T(x, y) denomina-se de Grau de Certeza G_C. Portanto, o Grau de Certeza é obtido pela equação 11. Seus valores, que pertencem ao conjunto $\Re$, variam no intervalo fechado -1 e +1 e estão no eixo horizontal do Reticulado de valores, denominado de “Eixo dos graus de certeza”, quadro 8.

Quadro 8. Graus de evidências e Grau de certeza e incerteza.

CP	$\mu = \mu_1$	$\lambda = 1 - \mu_2$	Gc = μ − λ	Gct = μ + λ - 1
GB-CP4	0,768848	0,143175	0,625673	-0,087976
GB-CP5	0,944732	0,039437	0,905295	-0,015831
GB-CP6	0,914574	0,109607	0,804967	0,024181
◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦
GB-CP35	0,824117	0,203901	0,620216	0,028018
GB-CP36	0,859306	0,086092	0,773214	-0,054603
GB-CP37	0,809053	0,109594	0,699460	-0,081353

O segundo termo obtido no par ordenado da equação da transformação T(x, y)

se denomina de Grau de Contradição Gct, portanto, o Grau de Contradição é obtido pela equação 12. Da mesma forma, como visto no item 2.2.1.1, os valores resultantes de Gct pertencem ao conjunto $\Re$ e variam no intervalo fechado +1 e –1. Estes valores são dispostos no eixo vertical do reticulado denominado de “Eixo dos graus de contradição”, quadro 8.

Os dois valores em forma de graus de evidência extraídos das variáveis observáveis no experimento são equacionados e interpretados no reticulado associado à LPA2v onde produzem o Grau de Certeza (G_C) e o Grau de Contradição (Gct), mostrado na figura 37 e figura 38.

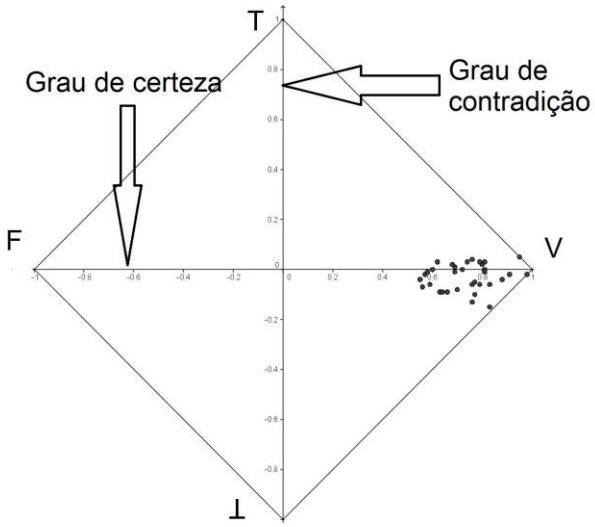


Figura 37. Representação no reticulado dos Graus de certeza e contradição.

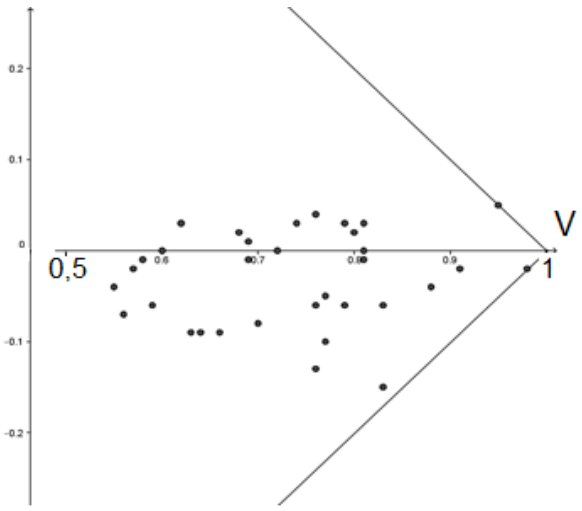


Figura 38. Ampliação da figura 37. Representação no reticulado dos Graus de certeza e contradição obtidos a partir da análise dos graus de evidência.

Aplicando o algoritmo Para-Analisador que foi visto no item 2.2.1.1 e considerando Vscc = C_1 = (0,5; 0), Vicc = C_2 = (-0,5; 0); Vscct = C_3 = (0; 0,5); Vicct=C4= (0; -0,5) podemos concluir que o conjunto de Estados Lógicos Paraconsistentes da figura 39 apresenta estado lógico resultante verdadeiro.

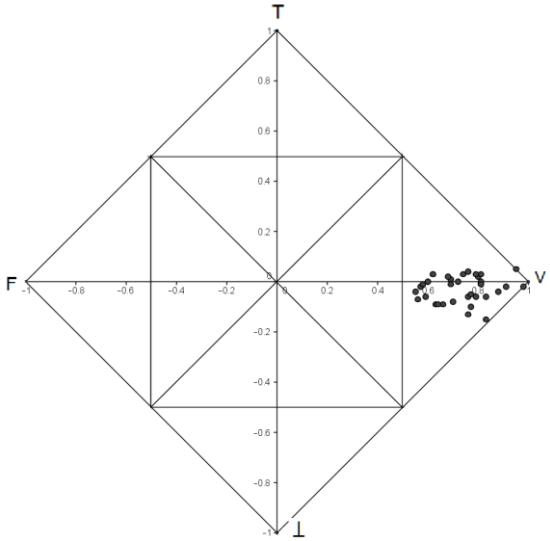


Figura 39. Reticulado com os 34 Estados Lógicos Paraconsistentes.

Observa-se que o comportamento das peças cerâmicas com relação a sua resistência mecânica a flexão foi na sua totalidade razoavelmente homogênea, através dos gráficos marginais *Box-Plot*, existente na figura 40, verifica-se ausência de *outilers* no eixo dos graus de certeza e no eixo dos graus de contradição. Também é verificado que os valores do Gc estão no intervalo de [0,55; 0,98] e os valores do Gct estão no intervalo de [-0,15; 0,05].

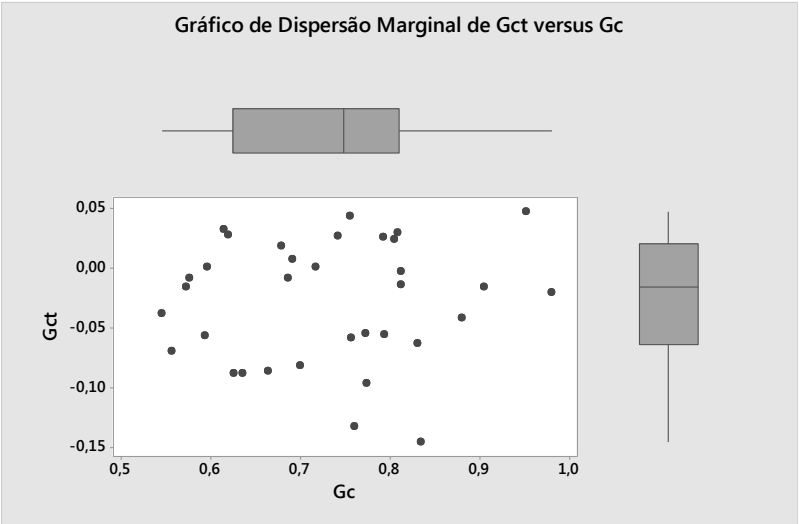


Figura 40. Gráfico de dispersão dos pontos com Graus de certeza e contradição.

Buscando um valor de maior robustez para apresentar um resultado que represente o valor de certeza puro, livre dos efeitos das incertezas e da influência das inconsistências originadas pelas informações conflitantes, determinamos o grau de certeza real (G_{Cr}) e seu intervalo de certeza (φ), ver quadro 9.

Quadro 9. Grau de Certeza Real e Intervalo de Certeza.

Gc =μ – λ	Gct = μ + λ - 1	φ = 1 - |Gct|	D=RAIZ((1-|Gc|)^2+Gct^2)	G_{CR}
0,625673	-0,087976	0,912024	0,384526	0,615474
0,905295	-0,015831	0,984169	0,096020	0,903980
0,804967	0,024181	0,975819	0,196526	0,803474
∘∘∘	∘∘∘	∘∘∘	∘∘∘	∘∘∘
0,620216	0,028018	0,971982	0,380816	0,619184
0,773214	-0,054603	0,945397	0,233266	0,766734
0,699460	-0,081353	0,918647	0,311356	0,688644

A partir de um estudo mais detalhado pode-se encontrar o Grau de Certeza Real (G_{CR}) como um valor projetado no eixo dos graus de certeza do reticulado através das equações 17 e 18. A figura 41 mostra o Grau de Certeza real obtido pela projeção do valor da distância D sobre o eixo dos graus de certeza do Reticulado para uma situação onde G_C>1.

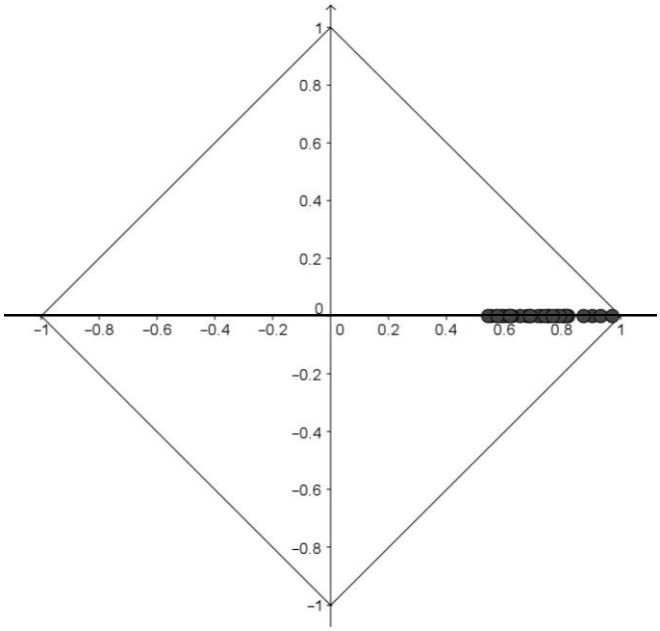


Figura 41. Gráfico de dispersão dos pontos com Graus de certeza real.

Com as medidas de resistência mecânica a flexão dos corpos de provas transformadas em saídas de grau de certeza real, foi feita a construção de um histograma para avaliar o comportamento dos dados após a extração das

contradições e comparar com a distribuição de Weibull três parâmetros, figura 42.

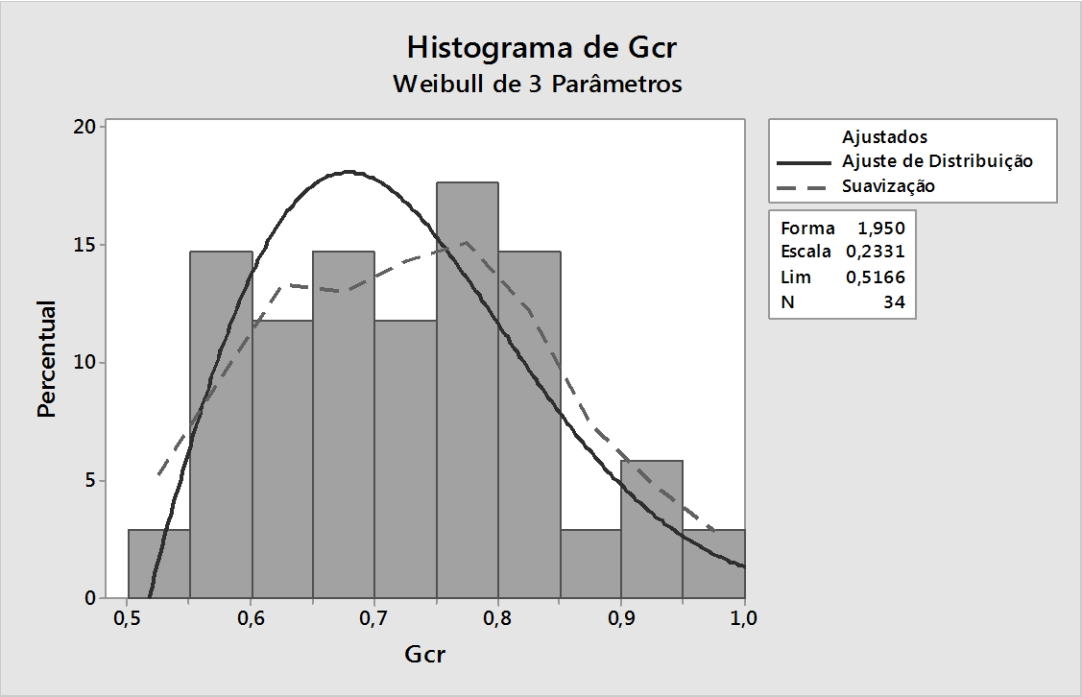


Figura 42. Curva de suavização dos graus de certeza real.

Os valores para os parâmetros da curva ajustada de Weibull aos graus de certeza real foram calculados pelo software Minitab, seus valores são:

$\beta = 1{,}950$; $\eta = 0{,}2331$; $\gamma = 0{,}5166$.

4.3 Sistema NAP e Extrator de efeitos de contradição - ParaExtr$_{ctr}$

Para as analises dos dados encontrados os algoritmos Paraconsistentes que denominados de Sistemas ou Nós de Análise paraconsistentes - NAPs, conforme visto no item **2.2.1.2,** serão interligados para compor uma rede de Análise de tomada de decisão utilizando os 34 graus certeza real referentes ao experimento para determinar a resistência mecânica dos corpos de prova ensaiados.

Para a analise será utilizado o Algoritmo Paraconsistente Extrator de efeitos da Contradição (ParaExtr$_{ctr}$) que é composto pelos NAPs - Nós de Análises Paraconsistentes, os quais em seu funcionamento, gradativamente, filtram os efeitos da contradição nos sinais de informação até que seja encontrado o grau de evidência resultante real (μ_{ER}) do grupo de estudo (conjunto de corpos de prova cerâmicos).

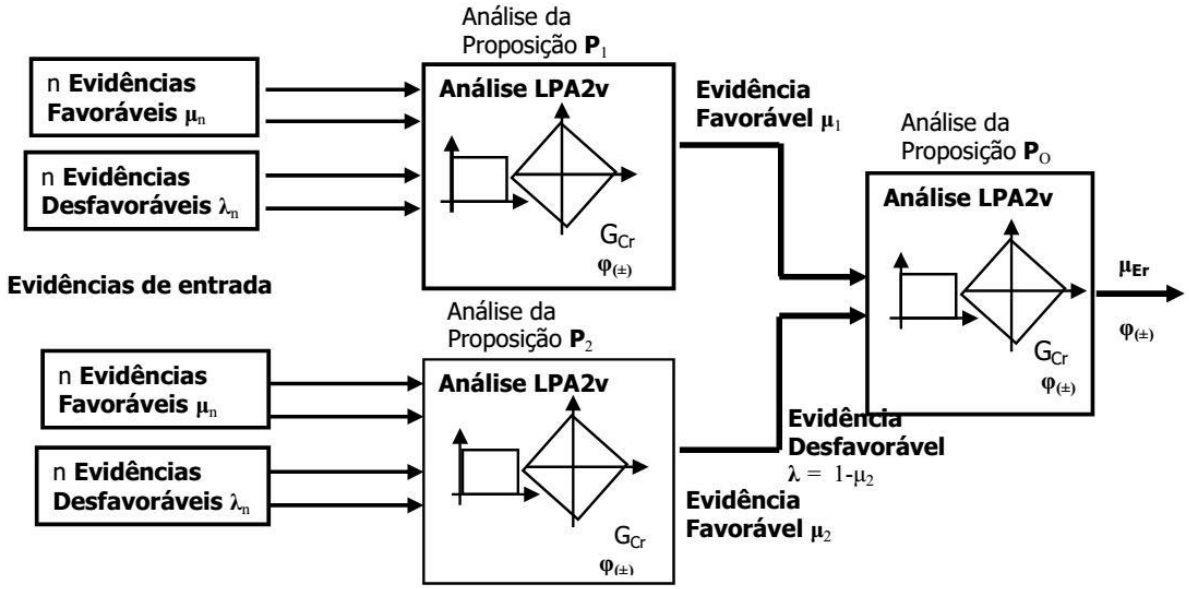


Figura 43. Configuração básica de uma rede de análise paraconsistente (DA SILVA FILHO et al, 2008).

Os procedimentos seguirão as de uma modelagem típica onde as saídas dos Nós de Análise paraconsistentes NAPs são Graus de Evidências para uma proposição objeto, conforme visto na figura 43. Neste trabalho, na aplicação do Algoritmo $ParaExtr_{ctr}$ o processo de captura de informações dos ensaios de flexão, após os cálculos dos valores de grau de certeza real (Gcr), inicia-se pela obtenção dos graus de evidência resultante real (μ_{ER}) e o grau de contradição normalizado (μ_{ctr}) por meio das equações de normalização 19 e 20, respectivamente.

Quadro 10. Grau de evidência resultante real e grau de contradição.

CP	G_{CR}	$\mu_{ER} = (G_{CR}+1) / 2$	$\mu_{ctr} = (\mu+\lambda) / 2$
GB-CP4	0,615474	0,807737	0,456012
GB-CP5	0,903980	0,951990	0,492084
GB-CP6	0,803474	0,901737	0,512091
◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦	◦◦◦
GB-CP35	0,619184	0,809592	0,514009
GB-CP36	0,766734	0,883367	0,472699
GB-CP37	0,688644	0,844322	0,459324

Com os valores do grau de evidência real do grupo B, formado por 34 de peças cerâmicas, iniciamos o algoritmo extrator de efeitos de contradição, detalhado no tópico 2.2.1.7, página 38.

Quadro 11. Grau de evidência resultante real e grau de contradição.

Etapa 1	μ	Etapa 2	μ	◦◦◦	Etapa 32	μ	Etapa 33	μ
0,771989	0,771989	0,775566	0,775566	◦◦◦	0,852767	0,852767	0,852784	0,852784
0,985791	λ	0,966001	λ	◦◦◦	0,852802	λ	0,852788	λ
	0,014209		0,033999	◦◦◦		0,147198		0,147212
	Gc		Gc	◦◦◦		Gc		Gc
	0,757780		0,741566	◦◦◦		0,705568		0,705573
	Gct		Gct	◦◦◦		Gct		Gct
	0,213802		0,190435	◦◦◦		0,000035		0,000004
	D		D	◦◦◦		D		D
	0,323082		0,321019	◦◦◦		0,294432		0,294427
	G_{CR}		G_{CR}	◦◦◦		G_{CR}		G_{CR}
	0,676918		0,678981	◦◦◦		0,705568		0,705573
	μ_{ER}		μ_{ER}	◦◦◦		μ_{ER}		μ_{ER}
	0,838459		0,839490	◦◦◦		0,852784		0,852786

Os resultados obtidos se encontram no quadro 11, onde em cada uma das etapas foi feita a normalização de cada nó de análise paraconsistente para o tratamento de incertezas o qual produziu um sinal de saída de grau de evidência resultante valorado no intervalo real de [0,1], utilizado na etapa seguinte. Dessa forma encontramos um resultado para o Grau de Evidência Real, μ_{ER} = 0,852786, representante do grupo.

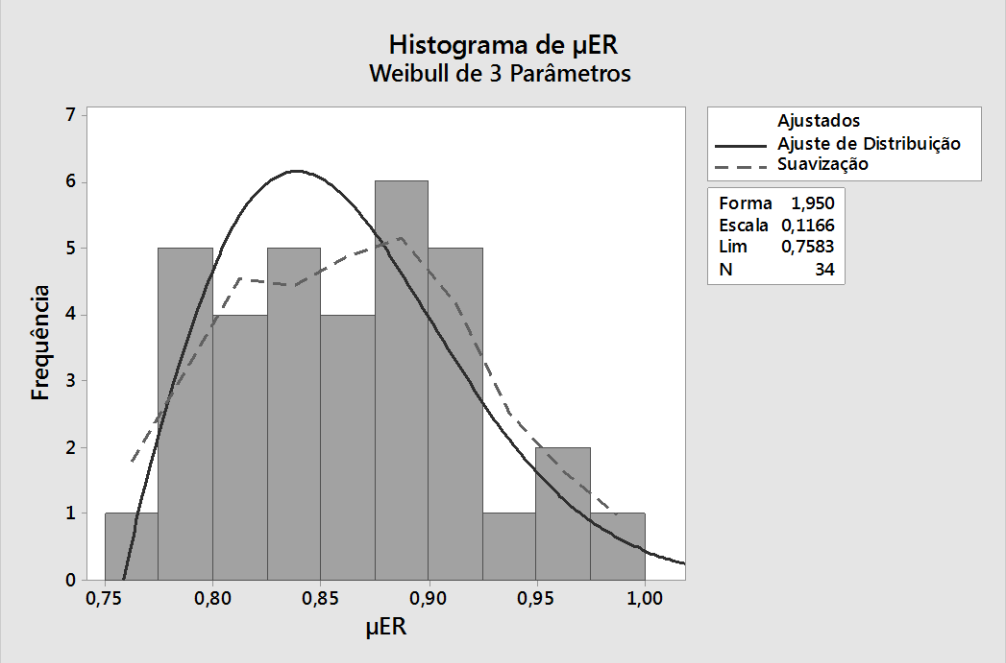


Figura 44. Curva de suavização dos graus de evidência real.

Com as medidas de grau de evidência real, foi feita a construção de um histograma para avaliar o comportamento dos dados após normalizar os graus de certeza real. A partir do histograma é possível comparar os resultados obtidos pela LPA2v com a distribuição de Weibull três parâmetros, figura 44. Os resultados encontrados nos dois procedimentos e representados pelos histogramas podem ser observados no quadro 10. Os valores para os parâmetros da curva ajustada de Weibull aos graus de evidência real foram calculados pelo *software* Minitab, seus valores são:

β = 1,950; η = 0,1166; γ = 0,7583.

4.4 Discussão final

Os valores encontrados, quando utilizamos o método estatístico de Weibull, para as medidas de período de vida médio da variável tensão de ruptura dos corpos de prova cerâmico, sua medida de variabilidade, o desvio padrão, e o seu coeficiente de variação são respectivamente: 18,38 MPa; 1,37 MPa e 7,5%, conforme estão dispostos no quadro 12. Os valores obtidos equivalentes, quando utilizado o método LPA2v são na respectiva ordem: 18,41 Mpa; 1,29 MPa e 7%.

Quadro 12. Medidas de Momentos da variável tensão.

Weibull 3p		Equivalência LPA2v	
MTTF (σ) MPa	18,3784	Vmáx (σ) * μ_1	18,4093
Desv. Padrão (σ) MPa	1,3709	Vmáx (δ) * μ_2	1,2903
CV	0,0746	CV	0,0701

Observa-se que a medidas do período médio de vida encontrado utilizando a distribuição de Weibull e da Lógica Paraconsistente Anotada LPA2v são idênticos se considerarmos o valor com aproximação de uma casa decimal igual a 18,4 MPa. O valor do desvio padrão também é bastante assemelhado, o que resulta em um coeficiente de variabilidade pequeno, entre 7% e 7,5%.

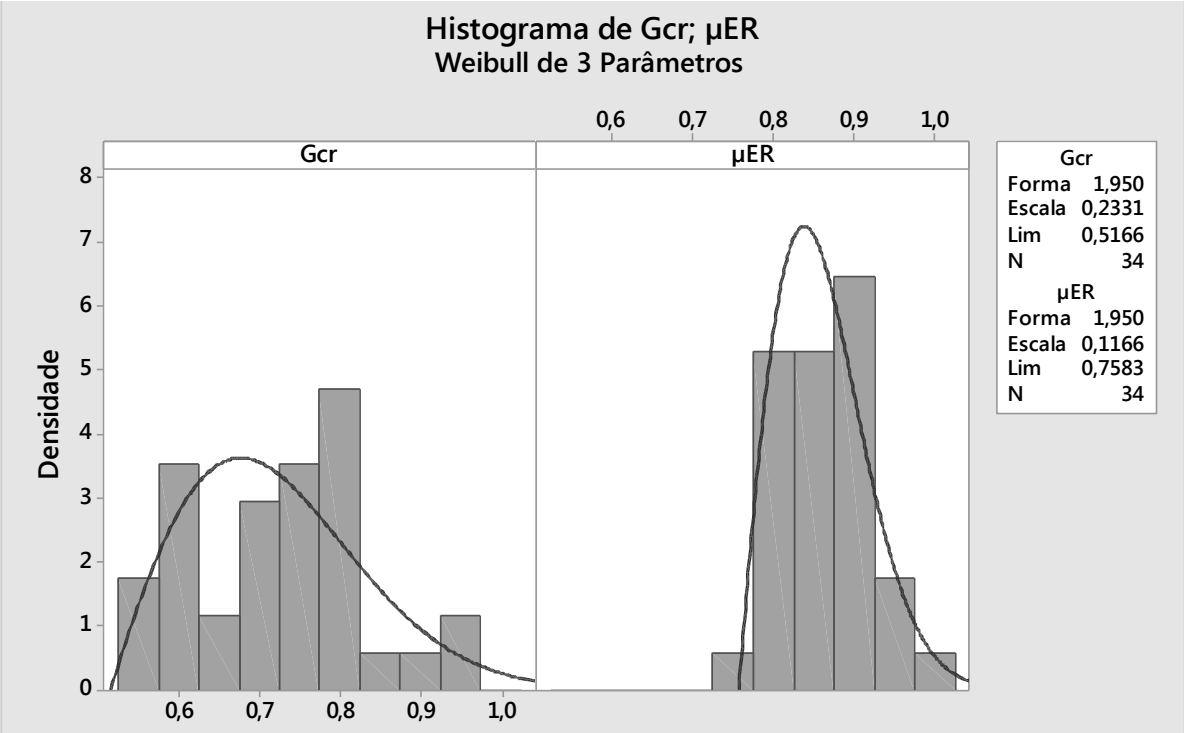


Figura 45. Histograma com curva ajustada do grau de certeza real e grau de evidência real.

Na figura 45 são apresentados os gráficos histogramas das medidas grau de certeza real (G_{CR}) e grau de evidência real (μ_{ER}) com ajuste da distribuição de probabilidades de Weibull com três parâmetros, mantendo as escalas do eixo das abscissas e das ordenadas. A curva do G_{CR} é mais achatada em razão do parâmetro de escala (η) ter um valor mais elevado do que da curva do μ_{ER}, porem ambas apresentam o mesmo valor do módulo $\beta = 1,95$.

Verifica-se que os valores dos parâmetros das duas curvas ajustadas do grau de certeza real e grau de evidência real quando corrigidos, no processo reverso de normalização não mostram um mesmo ajuste a distribuição de Weibull calculada com três parâmetros, conforme o quadro 13.

Quadro 13. Medidas dos parâmetros de Weibull, com valores ajustados.

Weibull 3 p		Valores corrigidos - G_{CR}	Curva ajustada G_{CR}	Curva ajustada μ_{ER}	Valores corrigidos - μ_{ER}
β	2,0157	1,9500	1,9500	1,9500	1,9500
η	2,9807	5,0320	0,2331	0,1166	2,5171
γ	15,7372	11,1520	0,5166	0,7583	16,3697

O valor aproximado de β = 2,02 da distribuição de Weibull e o valor do respectivo parâmetro na análise com LPA2v para β = 1,95 indicam uma significativa semelhança, assim como os valores de escala 2,98 e 2,52, quando comparados com as medidas da curva ajustada de μ_{Er} devidamente corrigidos.

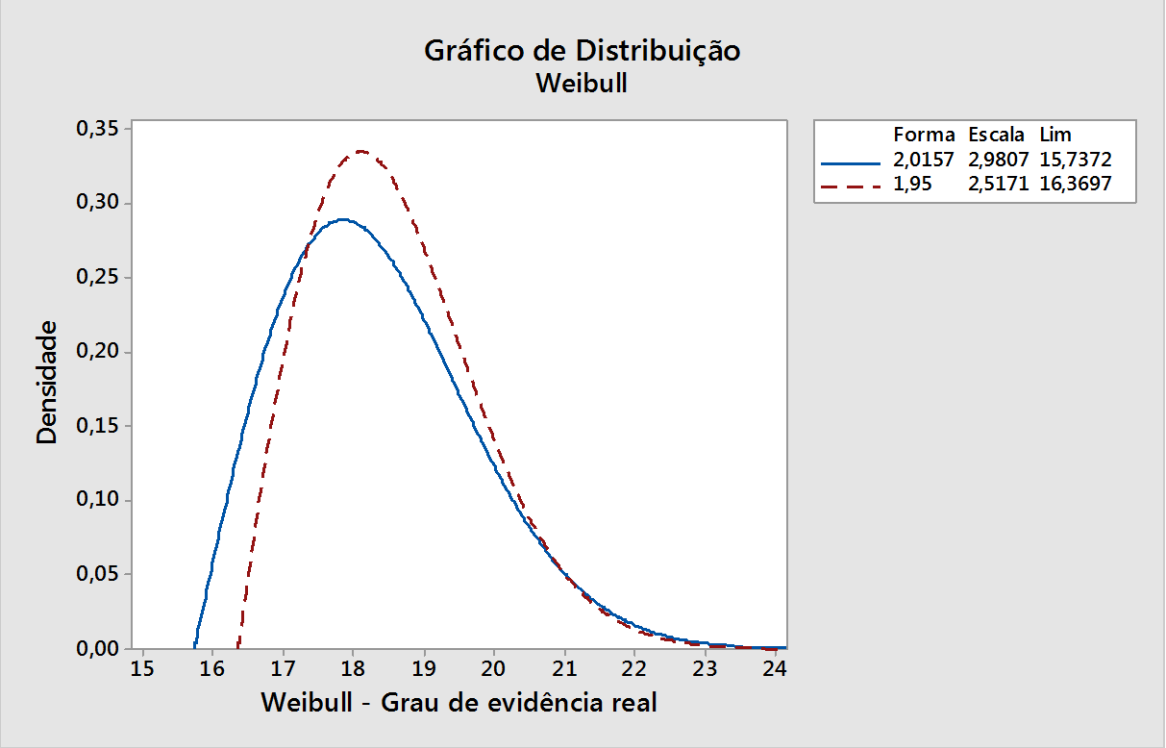


Figura 46. Distribuição de densidade utilizando os parâmetros de Weibull e do grau de evidência real.

O resultado obtido com a lógica paraconsistente mais compatível com a distribuição de Weibull é o do ajuste dos de graus de evidência real, apresentados na figura 46, as curvas são bastante similares mostrando que os dados analisados apresentam um comportamento indicativo de pouca variabilidade quanto a sua resistência mecânica a flexão.

5. CONCLUSÃO

Os resultados encontrados sinalizam que a Lógica Paraconsistente Anotada com anotação de dois valores (LPA2v), apresenta certa compatibilidade com o modelo de distribuição de densidade de probabilidade de Weibull na análise da medida de resistência mecânica à flexão em materiais cerâmicos. Verificou-se que essa compatibilidade fica mais clara quando a comparação é feita em relação ao método estatístico utilizando modelo de distribuição de densidade de probabilidade de Weibull com três parâmetros. Os resultados demonstraram que com ambas as técnicas conseguiu-se uma boa interpretação dos dados, o que nos permite concluir que o lote em estudo não apresentou uma variação significativa quanto a sua resistência mecânica à flexão. Sabendo-se que a distribuição de Weibull é um interessante método estatístico que tem sido bastante utilizado para descrever o período de vida de produtos industriais considera-se que este trabalho proporciona novas formas de unir as duas técnicas; a de distribuição probabilística de Weibull e a da aplicação da Lógica Paraconsistente Anotada. Os algoritmos da LPA2v ligados em redes de analises podem proporcionar a construção de novas ferramentas computacionais dedicadas a analise de resistência a flexão mecânica em materiais cerâmicos.

5.1 Trabalhos futuros

Os resultados demonstram que estes dois métodos podem ser utilizados conjuntamente, pois são adequados para determinar a resistência mecânica à flexão em materiais cerâmicos. Considerando-se que esta é uma experiência inovadora no que consiste em comparar resultados de um processo já estabelecido, como o de probabilidade de Weibull, com a Lógica Paraconsistente Anotada, este trabalho estrutura novas pesquisas. Espera-se que no futuro sejam feitas investigação de novas técnicas aplicando LPA2v em conjunto com o modelo de distribuição de densidade de probabilidade de Weibull onde se objetiva o encontro de novos meios que possam apoiar tomadas de decisão de forma conjunta. Tais ferramentas baseadas neste tipo de lógicas não clássicas, sendo compatíveis às analises estatísticas, serão capazes de serem aplicadas na melhora de confiabilidade e produção de materiais cerâmicos. Portanto, nestes trabalhos futuros serão utilizados

estes resultados como referencia onde se esperam ligar as duas técnicas, a Paraconsistente e probabilidade de Weibull, no intuito de aumentar o índice de confiabilidade na analise de vida útil de materiais cerâmicos.

Assim como é visto na literatura especializada, onde existe uma enorme gama de aplicações da distribuição de Weibull nas mais diferentes áreas relacionadas a confiabilidade e “tempo” de vida, a aplicação da técnica utilizado neste trabalho fundamentada em LPA2v mostra-se capaz de também ser utilizada com sucesso em áreas correlatas. Portanto, como trabalhos futuros com base nos resultados obtidos nessa dissertação, a LPA2v poderá fundamentar pesquisas e estudos importantes, tais como: determinação do tempo de vida de transformadores de distribuição elétrica; caracterização completa de um regime eólico na determinação de potencial energético para implantação de turbinas eólicas; manejo florestal com a finalidade de determinar estimativas precisas das densidades populacionais por classe diamétrica e em análises de confiabilidade aplicada à indústria para estimação de falhas e provisionamento de custos quanto à garantia e pós garantia de seus produtos, entre outros.

REFERÊNCIAS

ABE, J., M.; ”**Aspectos de lógica e teoria da ciência**.” Instituto de Estudos Avançados da Universidade de São Paulo: São Paulo, 2011a, pp 64 – 69.

ABE, J., M.; ”**Tomadas de decisão com ferramentas da lógica paraconsistente anotada**”.São Paulo:Blucher, 2011b.

ABERNETHY, R. B.; “**The New Weibull Handbook**”. 5ª ed. SAE International (Society of Automotive Engineers) 2006.

ABERNETHY, R. B.; “**A Statistical Theory Of The Strength Of Materials**”. Weibull Articles From Dr. Robert B. Abernethy’s Library. Fev. 2014a. Disponível em http://www.barringer1.com/wa_files/Weibull-1939-Strength-of-Materials.pdf. Acesso em jun. 2014.

ABERNETHY, R. B.; “**The Phenomenon of Rupture in Solids**”. Weibull Articles From Dr. Robert B. Abernethy’s Library. Fev. 2014b. Disponível em http://www.barringer1.com/wa_files/Weibull-1939-Strength-of-Materials.pdf Acesso em jun. 2014.

ANAFACER (Associação Nacional dos Fabricantes de Cerâmica para Revestimentos, Loucas Sanitárias e Congêneres). “**O Mercado Brasileiro”**. Disponível em: http://www.anfacer.org.br/site. Acesso em 22 de jun. 2014.

ARRUDA, A. I. ; N. A.; ”**Vasiliev e a Lógica Paraconsistente**”. Coleção Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência - CLE: Volume 7 – 1990.

BARNETT, V.; LEWIS, T. “**Outliers in statistical data. Chichester”.** John Wiley, 1995. p. 584.

BARRINGER, H. P.; “**A Biography Of Dr. Robert B. Abernethy**”, out. 2013. Disponível http://www.barringer1.com/drbob-bio.htm. Acesso em jan. 2015.

BARROS, A. A. de A., “**Distribuições Exponencializadas e Estendidas: Uma Abordagem Clássica e Bayesiana**”, Dissertação de Mestrado em Estatística. Universidade Federal Rural de Pernambuco. p. 33-39 e p.53-55. 2008.

BURGESS, J.A.; “**Improving product reliability**”, Revista Quality Progress, Vol. 20 no. 12. Dec, 1987. p. 47-54.

BUSSAB, W.O.; MORETTIN, P. A.; ”**Estatística Básica”**. 5. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2007. pp 166 -172.

COLOSIMO, E. A.; GIOLO, S. R.; “**Análise de Sobrevivência Aplicada”**. São Paulo: Editora Edgard Blucher, 2006.

DA COSTA, N. C. A.; “**A lógica da liberdade. Entrevista na Folha de S. Paulo**”. Nov. de 1997. Disponível em http://almanaque.folha.uol.com.br/entrevista_filosofia_newton_da_costa.htm. Acesso em dez. 2014.

DA COSTA, N. C. A.; “**Newton da Costa: Paixão e contradição”**. Revista Pesquisa FAPESP. Ed. 148, p.11-p. 16, jun. 2008.

DA COSTA, N. C. A; “**Sistemas formais inconsistentes, [da Costa, 1963] tese de cátedra, 1963**”. Republicado pela Editora UFPR, Curitiba, 1993.

DA SILVA FILHO, J. I., ABE, J. M., LAMBERT, T. G.; “**Inteligência Artificial com as Redes de Análises Paraconsistentes**”. Editora LTC, 1ª. Ed., Rio de Janeiro, 2008, pp.4-5, pp.40-84, pp.101-185, pp. 12-32.

DA SILVA FILHO, J. I., ABE, J. M.; “**Fundamentos das redes neurais artificiais paraconsistente**”. São Paulo: Editora Arte & Ciência, 188p. 2000.

DA SILVA FILHO, J. I.; ”**Introdução ao conceito de estado Lógico Paraconsistente**”. Revista Seleção Documental, n.17 - ano 5 p.20-p. 24, 2010.

DA SILVA FILHO, J. I.; ”**Métodos de Aplicações da Lógica Paraconsistente Anotada de anotação com dois valores-LPA2v**”. Revista Seleção Documental, n.1 ano 1 p.18-p. 25, 2006.

DA SILVA FILHO, J. I.; “**Algoritmo paraconsistente extrator de efeitos da contradição – ParaExt$_{ctr}$**”. Revista Seleção Documental, n.15 ano 4. p. 21-p. 25, 2009b.

DA SILVA FILHO, J. I.; “**O Pensamento e a Lógica de Newton C. A. Da Costa**”. Revista Seleção Documental, n.16 ano 4. p.8-p.12, 2009a.

DA SILVA FILHO, J., I.:” **Treatment of Uncertainties with Algorithms of the Paraconsistent Annotated Logic**”. Journal of Intelligent Learning Systems and Applications, abr. de 2012. p. 144-153.

DE CARVALHO, F. R., ABE, J. M.; “**Tomadas de decisão com ferramentas da Lógica Paraconsistente Anotada: método paraconsistente de decisão**”. São Paulo: Editora Blucher, 2011 p.18.

DE MORAES, L.; “**Alguns aspectos da história da Lógica Paraconsistente**”. São Paulo: Instituto de Estudos Avançados da USP, 2011 p.18.

DIXON, W. J.; **Processing Data for Outiliers**”, Biometrics, 1953 p.74-89. Disponível em: http://webspace.ship.edu/pgmarr/Geo441/Readings/Dixon%201953%20-%20Processing%20Data%20for%20Outliers. pdf. Acesso em de ago. 2014.

GEOGEBRA. “Dynamic Mathematics for Eveyone”, Versão 5.0.82.0-3D. Disponível em: http://www.geogebra.org/. Acesso em jul. de 2014.

HOAGLIN, D. C.; MOSTELLER, F.; TUKEY, J.W. **Análise exploratória de dados: técnicas robustas - um guia**. Salamandra: Almada, 1992. 446 p.

INSPEBRAS. Disponível em: http://www.inspebras.com.br/index.php. Acesso em 17 de junho de 2014.

JAŚKOWSKI, Stanisław."***A propositional calculus for inconsistent deductive systems*****,** ***Read at the meeting of section A, Societatis Scientiarum Torunensis, 19th March 1948. Published in Polish under the title "Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych****", in: Studia Societatis Scientiarum Torunensis, Sectio* A, Vol. I Logic and Logical Philosophy, v. 7, p. 35-56, 2004.

KRAUSE, D.**; "Lógica Paraconsistente**", Revista Scientific American Brasil, nov. 2004 p. 70.

LAFRAIA, J. R. B.; "Manual de Confiabilidade, Mantenabilidade e Disponibilidade". Rio de Janeiro. Ed. Qualitymark. Petrobras. 388p. 2001.

MACIEL, J.; CARVALHO E.; TAMY, V.; DE JESUS, J. D.; "**Influência do Tamanho do Lote no Fator de Rank para Parâmetros de Forma na Distribuição de Weibull**". Revista de Engenharia e Tecnologia, Vol. 5, No 2 . p. 124-139. 2013. Disponível em http://www.revistaret.com.br/ojs-2.2.3/index.php/ret/article /view/166. Acesso em jul. 2014.

MARSHALL, A. W.; OLKIN I.,"**A New for Adding a Parameter to a Family of Distributions with Aplication the Exponencial and Weibull Families**", Biometrika, Vol. 84, No. 3. Setembro 1997, pp. 641- 652. Disponível em http://www.jstor.org/stable/2337585. Acesso em ago. 2014.

MATOS, P. Z., ZOTTI, D. M.; "**Análise de Confiabilidade Aplicada à Indústria para Estimações de Falhas e Provisionamento de Custos**." Monografia de Graduação em Bacharel em Estatística. Universidade Federal do Paraná. p. 6. 2010.

MINITAB. "**Minitab Inc**.". Versão 17.1.0. Disponível em: http://www.minitab.com/pt-br/products/minitab/features/.

NATIONAL INSTITUTE OF STANDARDS AND TECHNOLOGY-NIST. **Statistics for Scientists & Engineers: exploratory data analysis.** Disponível em: http://www.itl.nist.gov. Acesso em ago. 2014.

NBR 13818 - **Placas cerâmicas para revestimento - Especificação e métodos de ensaios**. 1997. ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas.

NELSON, David. "***Negation and separation of concepts in constructive systems. Constructivity in mathematics***". p. 208-225, 2000. Provability, Computability and Reflection . 2000 pp.208-225.

OFFICE. "**Microsoft Office Professional Plus 2010**". Versão 14.0.4760.1000 (32bits). Disponível em https://www.microsoft.com/pt-br/download/office.aspx.

POLIDO, J.; “**Análise de Dados de Vida Usando Concorrentes Técnicas de Modos de Falha**”. Apresentado no 61ª Reliability and Maintainability Symposium. Jan. 2015. Disponível em http://www.reliasoft.com/pubs/2015_RAMS_competing_failure_modes.pdf Acesso em fev. 2015.

POMBO, O.; ”**O paradoxo de Russell**”. Universidade de Lisboa. Seminário Temático Licenciatura em Ensino da matemática da FCUL, 2004. Disponível em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/fregerussel/o_paradox.htm#O Paradoxo do Barbeiro. Acesso em jan. 2015.

PORTAL ACTION. “**Distribuição de Weibull – Confiabilidade**”. p. 2. Disponível em http://www.portalaction.com.br/confiabilidade/412-distribuicao-de-weibull. Acesso em jul. 2014.

RASPA, V.; “**Lukasiewicz on the Principle of Contradiction**”. Journal of Philosophical Research, XXIV, 1999, pp. 57-112.

RIBEIRO, R. A.; “**Análise de Weibull e Engenharia da Confiabilidade**”. PCM – Planejamento e Controle de Manutenção. Jul. 2011. Disponível em https://pcmusina.wordpress.com/2011/07/ . Acesso em jul. 2014.

ROSA, E., ”**Análise de Resistência Mecânica de peças e componentes Estruturais**”. Grupo de Análise e Projeto Mecânico – Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina. Livro digital. Agosto 2002, p. 58 e p 125. Disponível em http://grante.ufsc.br/download/Fadiga/FADIGA-Livro-Edison-da-Rosa.pdf Acesso em jul. 2014.

SIMONETTI, M. J. ; SOUZA, A.L.; SILVEIRA, L. F. S.; ARRUDA, J. P. S.; ”**A Importância da Engenharia da Confiabilidade e os Conceitos Básicos de Distribuição de Weibull**”; Revista Sapere; VOL. 1, Nº 1 – julho a dezembro/2009. Disponível em http://www.revistasapere.inf.br/download/engenharia_da_confiabilidade_distribuicao_weibull.pdf. Acesso em jun. 2014.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; HARLAND, C.; HARRISON, A.; JOHNSTON, R. “**Administração da produção**”, 3. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2008.

TAVARES, F. G., de Morais, W. A., Fonseca, E. S., Sousa, T. N. R.; “**Análise utilizando a distribuição de Weibull com dois e com três parâmetros para Determinar a Resistência Mecânica a Flexão de Materiais Cerâmicos**”. Unisanta Science Technology; Vol. 3 Nº 2. Dec 2014.

TAVARES, F. G., de Morais, W. A., Fonseca, E. S., Sousa, T. N. R.; “**Cálculo da resistência a fratura em materiais cerâmicos aplicando a distribuição de Weibull com dois parâmetros**”. Revista Seleção Documental, n.37 ano 10 p.03-p. 09, Mar 2015.

VIEIRA, M., T., DE LIMA, A., P., RAMOS, A., M., REBELO, C., A. ”**Novos Materiais: que futuro?**”. Coimbra: 4º Encontro da Sociedade Portuguesa de Materiais, pp 55-66 mar. 1989.

WEIBULL, W., “**A Statistical Distribution Function of Wide Applicability**”. ASME Journal of Applied Mechanics, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers. No. 18, p. 293-302, 1951.

WERNER, L., RIBEIRO, J. L., VACCARO, G. “**Modelagem dos tempos de falha ao longo do calendário**”. Trabalho apresentado no XV ENEGEP – Encontro Nacional de Engenharia de Produção, São Carlos - SP, publicado em seus anais, Vol.3, pp.1215-1220 set. 1995.